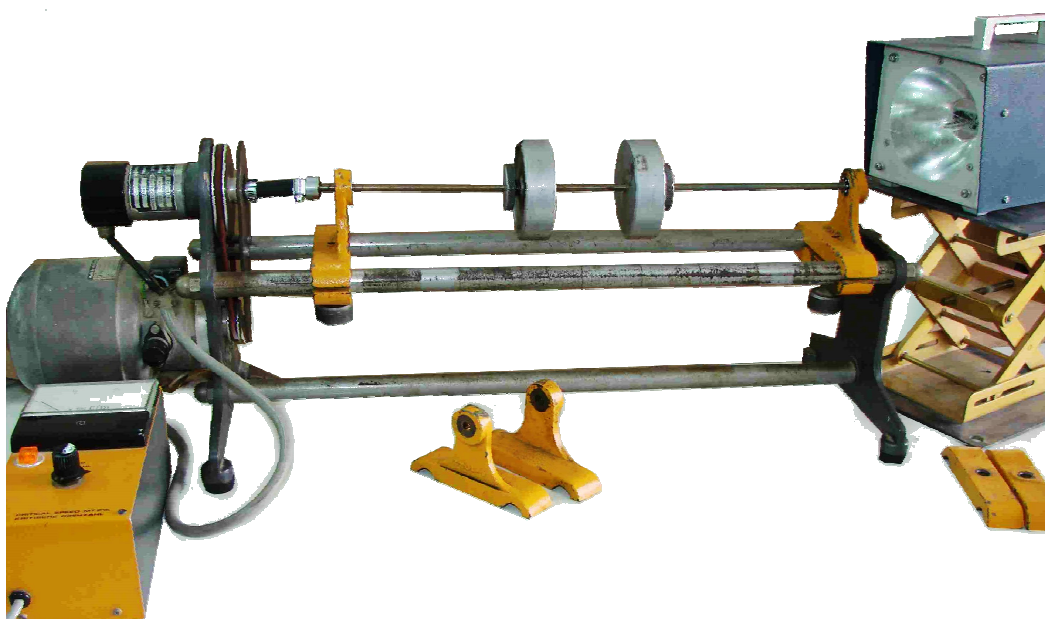




آزمایش شماره ۷
لنگ زدن محورها





هدف

اندازه‌گیری فرکانس بحرانی محورهای دوار

تئوری آزمایش و روش انجام آن

به دلایل گوناگون ممکن است در محورهای گردان نامیزانی بوجود آمده و باعث لنگ زدن محور گردد. برای مثال زمانی که یک تیر افقی در اثر وزن خود و یا وزن متعلقات دیگر سوار بر تیر، خیز بر می‌دارد و این خیز در گردش قرار می‌گیرد، محور شروع به لنگ زدن می‌کند. در گردش قرار گرفتن تیری که دارای خیزش است، مانند اثر نامیزانی رفتار می‌کند و همانند یک جرم نامیزان در گردش یک نیروی گردان ایجاد می‌کند و زمانی که سرعت دوران به اولین فرکانس طبیعی تیر می‌رسد باعث ایجاد پدیده تشدید می‌گردد. این پدیده ویرانگر چنانچه در محورهای گیربکس اتفاق بیفتد، باعث ایجاد صدای شدید و ایجاد بارهای ضربه‌ای و آسیب دیدن چرخ دنده‌ها می‌گردد. ماشین‌هایی را که برای کشف و اصلاح نامیزانی در محورهای گردان بکار می‌روند، ماشین‌های بالانسینگ گویند.

لنگ زدن محورها در اثر عوامل مختلفی همچون جرم نامیزان، میرایی پس‌ماند در محور، نیروهای ژيروسکوپی و اصطکاک سیال در تکیه‌گاه‌ها ناشی می‌شود. لنگ زدن محور می‌تواند در جهت چرخش یا در خلاف جهت چرخش محور انجام گیرد و سرعت آن نیز می‌تواند معادل سرعت چرخش و یا متفاوت از آن باشد. با فرض آنکه M و K ماتریس‌های جرم و سختی و X دامنه ارتعاشی سازه باشد، در آن صورت می‌توان انرژی جنبشی ماکزیمم و انرژی پتانسیل ماکزیمم را بصورت رابطه (۱-۷) بیان نمود.

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \omega^2 X' M X \quad , \quad U_{\max} = \frac{1}{2} X' K X \quad (1-7)$$

با مساوی قرار دادن انرژی جنبشی ماکزیمم و انرژی پتانسیل ماکزیمم و محاسبه ω^2 ، خارج قسمت رابلی به صورت رابطه (۲-۷) بیان می‌شود.

$$\omega^2 = \frac{X' K X}{X' M X} \quad (2-7)$$

خارج قسمت رابلی از طرف بالا به پایین‌ترین فرکانس طبیعی (یا فرکانس اصلی) سیستم نزدیک می‌شود و مقدار آن تا اندازه‌ای به انتخاب دامنه‌های فرضی غیر حساس است. برای نشان دادن این خاصیت، تغییر مکان بر حسب موده‌های طبیعی سیستم با رابطه (۳-۷) بیان می‌شود.

$$X = X_1 + c_2 X_2 + c_3 X_3 + \dots \quad (3-7)$$



با توجه به شرایط تعامد شکل مودها و با توجه به تعریف بالا می توان نوشت:

$$X'KX = X_1'KX_1 + c_2^2 X_2'KX_2 + c_3^2 X_3'KX_3 + \dots \quad (۴-۷)$$

$$X'MX = X_1'MX_1 + c_2^2 X_2'MX_2 + c_3^2 X_3'MX_3 + \dots$$

همچنین:

$$X_i'KX_i = \omega_i^2 X_i'MX_i \quad (۵-۷)$$

در نتیجه می توان خارج قسمت ریلی به صورت زیر بیان نمود:

$$\omega^2 = \omega_1^2 \left[1 + c_2^2 \left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \frac{X_2'MX_2}{X_1'MX_1} + \dots \right] \quad (۶-۷)$$

اگر عبارات $X_i'MX_i$ نسبت به ماتریس جرم نرمال شوند، رابطه (۶-۷) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\omega^2 = \omega_1^2 \left[1 + c_2^2 \left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} - 1 \right) + \dots \right] \quad (۷-۷)$$

در این صورت با توجه به رابطه (۷-۸) مشخص است که خارج قسمت ریلی ω^2 از فرکانس اصلی ω_1^2 بزرگتر است.

$$\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} > 1 \quad (۸-۷)$$

با توجه به روابط بدست آمده، اگر انحراف محور برابر با شکل مود اول سیستم X_1 فرض شود، فرکانس اصلی که با این روش محاسبه می شود، دقیقاً برابر اولین فرکانس طبیعی محور خواهد بود، زیرا در این صورت مقادیر پارامترهای $c_2, c_3, \dots$ در رابطه (۷-۳) برابر صفر می شود. برای هر منحنی دیگر، فرکانس تعیین شده از فرکانس اصلی، بالاتر است. این حقیقت را بر این مبنا می توان توضیح داد که هر انحراف از منحنی طبیعی، مستلزم قیدهای اضافی است، شرطی که باعث سختی بیشتر و در نتیجه بالا رفتن فرکانس طبیعی می شود. بطور کلی به کمک منحنی انحراف استاتیکی جسم الاستیک، می توان یک مقدار نسبتاً دقیق از فرکانس اصلی را بدست آورد. کار انجام شده ناشی از وزنه های استاتیکی در تیرهای انعطاف پذیر بصورت انرژی کرنشی ذخیره می شود. در تیرها انرژی کرنش الاستیک را بر حسب صلابت خمشی EI می توان محاسبه کرد. اگر گشتاور



خمشی را با M و شیب منحنی تیر را با θ نمایش دهیم، انرژی کرنشی ذخیره شده در یک عضو بی‌نهایت کوچک تیر توسط رابطه (۹-۷) بیان می‌شود.

$$dU = \frac{1}{2} M d\theta \quad (9-7)$$

با فرض تغییر مکان‌های کوچک در تیرها می‌توان فرض کرد:

$$\theta = \frac{dy}{dx} \leftrightarrow \frac{1}{R} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (10-7)$$

که در آن R شعاع انحنای تیر است. همچنین به کمک تئوری تیرها، معادله خمیدگی با رابطه (۱۱-۷) بیان می‌شود.

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} \quad (11-7)$$

با جایگذاری روابط اخیر در رابطه (۹-۷) انرژی کرنشی ماکزیمم عبارت است از:

$$U_{\max} = \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} dx = \frac{1}{2} \int EI \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx \quad (12-7)$$

که در آن انتگرالگیری بر روی کل تیر انجام می‌شود.
انرژی جنبشی نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \int y^2 dm = \frac{1}{2} \omega^2 \int y^2 dm \quad (13-7)$$

که در آن y منحنی انحراف فرضی است.
بدین ترتیب با برابر هم قرار دادن انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل، می‌توان فرکانس اصلی تیر را از رابطه (۱۴-۷) استخراج نمود.

$$\omega^2 = \frac{\int EI \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) dx}{\int y^2 dm} \quad (14-7)$$



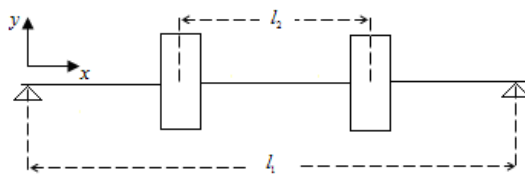
برای تعیین فرکانس اصلی یک تیر که شامل مجموعه‌ای از جرم‌های متمرکز می‌باشد، می‌توان از روش ریلی استفاده کرد. به عنوان تقریب اول یک منحنی انحراف استاتیکی ناشی از بارهای $M_1g, M_2g, M_3g, \dots$ با انحراف‌های متناظر $y_1, y_2, y_3, \dots$ در نظر گرفته می‌شود. انرژی کرنشی ذخیره شده در تیر از روی کار انجام شده توسط این بارها تعیین می‌شود. در این حالت انرژی پتانسیل و جنبشی ماکزیمم تیر از رابطه (۷-۱۵) قابل محاسبه است.

$$U_{\max} = \frac{1}{2} g(M_1 y_1 + M_2 y_2 + \dots) \Leftrightarrow T_{\max} = \frac{1}{2} \omega^2 (M_1 y_1 + M_2 y_2 + \dots) \quad (۷-۱۵)$$

با مساوی قرار دادن انرژی جنبشی و پتانسیل ماکزیمم تیر، معادله فرکانس اصلی تیر به صورت رابطه (۷-۱۶) در خواهد آمد.

$$\omega_1^2 = \frac{g \sum_i M_i y_i}{\sum_i M_i y_i^2} \quad (۷-۱۶)$$

مطابق شکل زیر دستگاه آزمایش شامل یک محور دوار و دو جرم متمرکز می‌باشد. قطر میله برابر $d = 6\text{mm}$ و جرم‌های متمرکز $m_1 = m_2 = 1\text{kg}$ می‌باشند. مطابق اعداد مشخص شده در جدول (۷-۱)، آزمایش را برای جرم‌های m_1 و m_2 در فاصله‌های خواسته شده انجام دهید. برای انجام آزمایش، موتور را روشن کرده و دور موتور را آنقدر زیاد کنید تا به حالت تشدید برسند. سپس علاوه بر خواندن دور موتور از دستگاه دور سنج بدلیل صلب نبودن دیسک‌های m_1 و m_2 بر روی محور و برای دقت بیشتر سرعت زاویه‌ای، آنها را بوسیله دستگاه استروبوسکوپ اندازه بگیرید. برای این منظور، فرکانس پالس نوری را آنقدر افزایش دهید تا دیسک ثابت دیده شود. با تابیدن پالس‌های نوری استروبوسکوپ به دیسک‌های دوار، اگر فرکانس تابش با دوران دیسک یکی شود، دیسک ثابت دیده می‌شود. مقدار خوانده شده برای دور در این حالت، همان فرکانس ω_n عملی خواهد بود. این عمل را برای وزنه‌ها در فاصله‌های متفاوت و با دو تکیه‌گاه ساده و گیردار انجام داده و اعداد حاصله را در جدول (۷-۱) ثبت نمایید.



شکل (۷-۱): نمای شماتیک دستگاه دربردارنده محور گردان



جدول ۷-۱: ثبت داده‌های فرکانسی محور گردان

مشخصات	N(rpm)	l_2 (mm)	l_1 (mm)	ω_n	$\frac{l_1}{l_2}$
یاتاقان ساچمه ای		۴۰	۴۰۰		
		۴۰	۳۴۰		
		۲۰۰	۴۰۰		
		۲۶۰	۴۰۰		
		۸۰	۴۰۰		
یاتاقان بوش		۴۰	۴۰۰		
		۴۰	۳۴۰		
		۲۰۰	۴۰۰		
		۲۶۰	۴۰۰		
		۸۰	۴۰۰		

خواسته‌ها

منحنی تغییرات فرکانس طبیعی را بر حسب نسبت $\frac{l_1}{l_2}$ برای دو حالت دو سر ساده و دو سر گیردار رسم نموده و نتایج را با هم مقایسه کنید.