



آزمایش شماره ۱

پاندول ساده، مرکب و بایفیلار





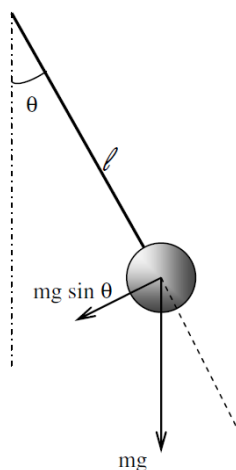
هدف

- تحقیق عدم وابستگی پریود (τ) به جرم پاندول (m)
- تعیین شتاب ثقل زمین (g)
- تعیین ممان اینرسی و شعاع ژیراسیون (k)

تئوری آزمایش و روش انجام آن

در این آزمایش با اندازه‌گیری زمان یک نوسان (پریود)، علاوه بر محاسبه مقدار شتاب ثقل زمین (g)، تاثیر وزن پاندول روی آن نیز بررسی می‌شود. برای این منظور ابتدا معادلات حرکت و در نتیجه رابطه‌ای بین شتاب ثقل و پریود بدست می‌آید. سپس با رسم مقادیر اندازه‌گیری شده بر اساس روابط فوق و بدست آوردن شیب و عرض از مبدا منحنی (از طریق برازش یک خط)، شتاب ثقل و شعاع ژیراسیون بدست می‌آیند. این آزمایش برای پاندول‌های ساده و مرکب انجام می‌شود. در آزمایش پاندول بایفیلار، یک تیر بوسیله دو رشته ریسمان با طول و فاصله معین را آویزان نموده و با خارج کردن آن از حالت تعادل و اندازه‌گیری پریود نوسانات، ممان اینرسی تیر تعیین می‌گردد.

الف) پاندول ساده :



شکل (۱-۱): نیروهای وارد بر پاندول ساده

از بکار بستن قانون دوم نیوتن برای یک پاندول ساده در حرکت دورانی نشان داده شده در شکل (۱-۱) خواهیم داشت:

$$\sum M_o = I_o \ddot{\theta} \Rightarrow -mgl \sin \theta = ml^2 \ddot{\theta} \quad (1-1)$$



با در نظر گرفتن نوسانات کوچک پاندول، معادله حرکت داده شده در رابطه (۱-۱) به صورت زیر ساده خواهد شد.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (2-1)$$

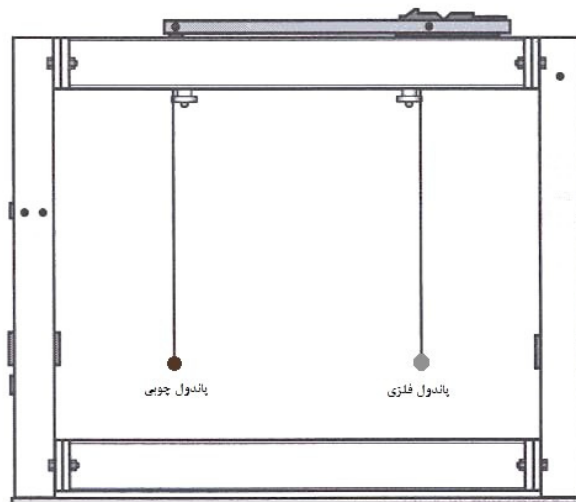
با توجه به رابطه (۲-۱) فرکانس طبیعی و پریود نوسانات عبارت است از:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}}, T = \frac{2\pi}{\omega_n} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3-1)$$

و مجذور پریود توسط رابطه (۴-۱) تعیین می‌شود.

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g} \right) l \quad (4-1)$$

این آزمایش با دو گلوله متفاوت چوبی و فلزی در دستگاهی که نمای شماتیک آن در شکل (۲-۱) نشان داده شده است، انجام می‌گیرد.



شکل (۲-۱): نمای شماتیک دستگاه دربردارنده پاندول های ساده فلزی و چوبی

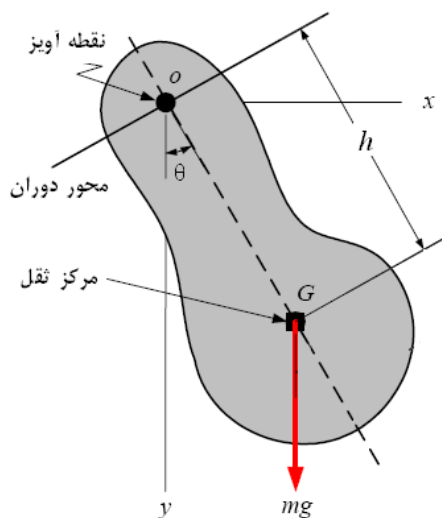
با تنظیم طول ریسمان پاندول مطابق جدول (۱-۱) و اندازه‌گیری زمان ۱۰ نوسان، پریود نوسانات هریک از پاندول‌ها بدست می‌آید. همچنین با رسم منحنی T^2 بر حسب l و بدست آوردن ضریب زاویه این منحنی $(4\pi^2/g)$ می‌توان مقدار شتاب ثقل را محاسبه نموده و آن را با مقدار $9/81$ متر بر مجذور ثانیه مقایسه نمود.



جدول ۱-۱: نوسانات پاندول‌های ساده با طول‌های مختلف و گلوله‌هایی از جنس‌های مختلف

طول $l(\text{cm})$	زمان ۱۰ نوسان		پاندول چوبی		پاندول فولادی	
	پاندول چوبی	پاندول فولادی	$T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$	$T(\text{s})$	$T^2(\text{s}^2)$
10						
15						
20						
25						
30						
35						
40						
45						
50						

ب) پاندول مرکب:



شکل (۳-۱): نیروهای وارد بر پاندول مرکب

از بکار بردن قانون دوم نیوتن برای پاندول مرکب نشان داده شده در شکل (۳-۱) می‌توان به معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت که در رابطه (۵-۱) ذکر شده است، دست یافت.

$$I_O \ddot{\theta} + mgh \sin \theta = 0 \quad (۵-۱)$$

با در نظر گرفتن شعاع ژیراسیون پاندول k و با جایگزینی ممان اینرسی I_O داده شده در رابطه (۶-۱) در معادله دیفرانسیل حرکت و با فرض نوسانات با دامنه کم رابطه (۷-۱) حاصل خواهد شد.



$$I_o = I_{CG} + mh^2 = mk^2 + mh^2 \quad (۶-۱)$$

$$(k^2 + h^2)\ddot{\theta} + gh\theta = 0 \quad (۷-۱)$$

در نتیجه فرکانس طبیعی و پریود نوسانات عبارت است از:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{gh}{k^2 + h^2}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + h^2}{gh}} \quad (۸-۱)$$

همچنین:

$$T^2h = \frac{4\pi^2}{g}h^2 + \frac{4\pi^2}{g}k^2 \quad (۹-۱)$$

در این آزمایش از میله‌هایی با قطرهای مختلف ($d_1=7.15\text{mm}$ و $d_2=13.05\text{mm}$) استفاده می‌شود. برای هر یک از میله‌ها بر اساس اطلاعات جدول (۲-۱) فاصله تا تکیه‌گاه را تنظیم کرده و برای اندازه‌گیری پریود نوسانات، زمان ۱۰ نوسان را ثبت نموده و جدول را تکمیل کنید.

جدول ۲-۱: نوسانات پاندول مرکب با طول‌های مختلف

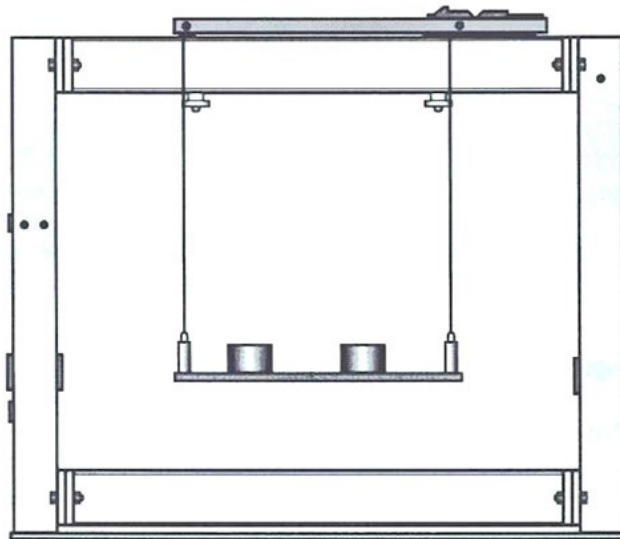
فاصله انتهای میله تا تکیه‌گاه l (cm)	h (m)	h^2 (m ²)	T (s)	T^2 (s ²)	T^2h
50					
55					
60					
65					
70					
75					



خواسته‌ها

- تغییرات T^2 بر حسب l را در پاندول ساده برای گوی فلزی و چوبی رسم کنید و عدم وابستگی پریود به جرم در پاندول ساده را بررسی نموده و مقدار بدست آمده برای شتاب ثقل را نیز با مقدار تئوری مقایسه نمایید.
- تغییرات T^2h بر حسب h^2 را در پاندول مرکب رسم کنید و شعاع ژیراسیون و شتاب ثقل برای مفتول‌های d_1, d_2, d_3 را تعیین نمایید.

ج) پاندول بایفیلار



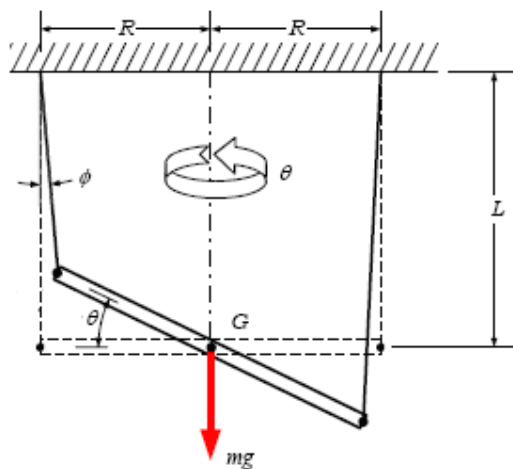
شکل (۴-۱): پاندول بایفیلار

در این آزمایش یک تیر را بوسیله دو رشته ریسمان مطابق شکل (۴-۱) با طول معین آویزان نموده و با خارج کردن تیر از حالت تعادل و اندازه‌گیری پریود نوسانات، می‌توان به مقدار ممان اینرسی جرمی تیر دست یافت. با دوران کوچک تیر حول محور قائم عبورکننده از مرکز ثقل آن (θ)، مؤلفه افقی کشش تیر گشتاوری را به تیر اعمال می‌نماید که باعث نوسان آن می‌گردد. با استفاده از قانون دوم نیوتن معادله حاکم بر حرکت به صورت رابطه (۱۰-۱) خواهد بود.

$$\sum M = I\ddot{\theta} \Rightarrow -TR \sin \theta - TR \sin \varphi = I\ddot{\theta} \quad (۱۰-۱)$$

همچنین با توجه به هندسه حرکت (شکل های (۵-۱) و (۶-۱) خواهیم داشت:

$$\sin \varphi = \frac{R}{L} \sin \theta \quad (۱۱-۱)$$

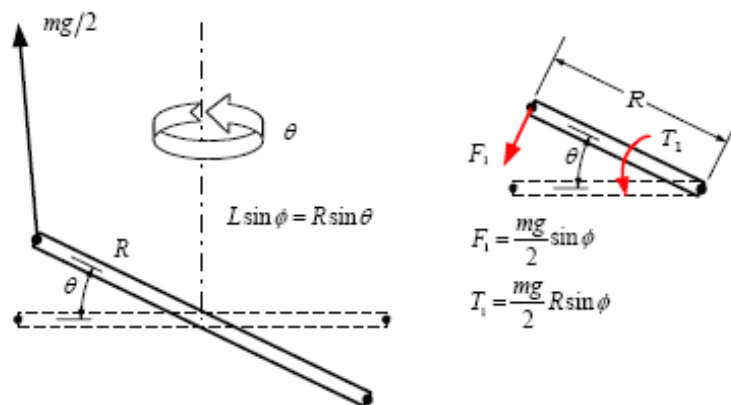


شکل (۵-۱): نیروهای وارد بر پاندول بایفیلار

از تعادل نیروها در راستای قائم نیز می توان نیروی کشش ریسمان را بدست آورد.

$$T = \frac{mg}{2} \quad (۱۲-۱)$$

در نتیجه در صورتی که زوایای نوسان کوچک باشد، معادله دیفرانسیل حاکم بر نوسانات پیچشی سیستم با رابطه (۱۳-۱) بیان خواهد شد.



شکل (۶-۱): نیروهای وارد بر پاندول در ارتعاشات پیچشی

$$I\ddot{\theta} + \frac{mgR^2}{L}\theta = 0 \quad (۱۳-۱)$$

در نتیجه فرکانس طبیعی و پریود نوسانات عبارت اند از:



$$\omega_n = \sqrt{\frac{mgR^2}{IL}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{IL}{mgR^2}} \quad (۱۴-۱)$$

در صورتیکه k شعاع ژیراسیون باشد و $I = mk^2$ ، با جایگذاری در رابطه (۱۴-۱) روابط زیر حاصل خواهند شد.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{gR^2}{Lk^2}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Lk^2}{gR^2}} \quad (۱۵-۱)$$

این آزمایش در چهار مرحله انجام می گیرد که در ادامه بیان می شوند.

مرحله اول:

در این مرحله، آزمایش بر روی یک تیر آویزان انجام می شود و در مراحل بعدی آزمایش به آن دو وزنه اضافه می شود. در ابتدا دو سر تیر را از چارچوب آویزان نموده و آنرا کمی از حالت تعادل خارج کرده و زمان لازم برای ۱۰ نوسان اندازه گیری می شود. با داشتن پریود نوسانات، مقدار k مشخص شده و از آنجا می توان I را به دست آورد. مطابق جدول (۳-۱) آزمایش برای دو طول مختلف ریسمان آویز تیر انجام می شود. لازم به ذکر است $m = 1.2 \text{ kg}$ و $R = 0.24 \text{ m}$.

جدول ۳-۱: نوسانات پاندول بافیلاز بدون وزنه با طول های مختلف ریسمان آویز

L(cm)	تعداد نوسان	t(s)	T(s)	k	I
35					
45					

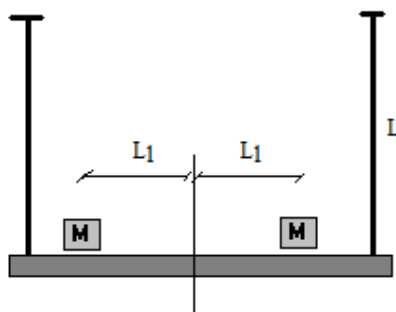
خواسته

ممان اینرسی I بدست آمده از طریق آزمایش را با مقدار تئوری آن مقایسه کنید.



مرحله ۲:

در این مرحله مطابق شکل (۷-۱) دو وزنه یکسان را بر روی تیر به فاصله مساوی از مرکز تیر قرار دهید و آزمایش را مشابه مرحله ۱ تکرار کنید. در این مرحله، مطابق جدول (۴-۱) سه موقعیت متقارن برای دو وزنه به جرم $M=1.8\text{kg}$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۷-۱): پاندول بایفیلار با دو وزنه در فاصله یکسان از مرکز تیر

جدول ۴-۱: نوسانات پاندول بایفیلار به ازای موقعیت‌های مختلف جرم‌ها

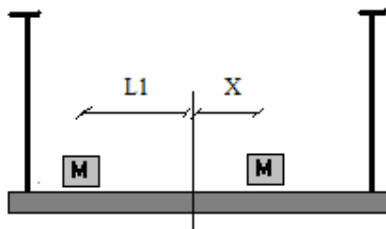
	L(m)	$L_1(\text{cm})$	T(S)	k(m)	k^2	m (kg)	$I = mk^2$
1	0.45						
2	0.45						
3	0.45						

خواسته

منحنی تغییرات ممان اینرسی I بر حسب تغییرات طول L را رسم نموده و آن را با نتایج تئوری مقایسه کنید.

مرحله ۳:

این مرحله مشابه مرحله ۲ می‌باشد، با این تفاوت که مکان وزنه سمت چپ تغییر نکرده اما موقعیت وزنه سمت راست به دلخواه تغییر داده می‌شود و داده‌های موردنیاز در جدول (۵-۱) تکمیل می‌گردد.



شکل (۸-۱): پاندول بایفیلار با دو وزنه در دو فاصله متفاوت از مرکز تیر



جدول ۵-۱: نوسانات پاندول بایفیلار به ازای موقعیت‌های مختلف یکی از جرم‌ها و طول ریسمان 0.45 متر

	L(m)	L ₁ (m)	X(m)	T(s)	K(m)	K ²	m(kg)	I = mK ²
1	0.45							
2	0.45							
3	0.45							

خواسته

منحنی تغییرات ممان اینرسی I بر حسب تغییرات طول L رسم نموده و آن را با نتایج تئوری مقایسه کنید.

مرحله ۴:

در این مرحله طول ریسمان را از 0.45 به 0.35 کاهش داده و آزمایش مرحله ۳ را تکرار نموده و جدول (۶-۱) را تکمیل نمایید.

جدول ۶-۱: نوسانات پاندول بایفیلار به ازای موقعیت‌های مختلف یکی از جرم‌ها و طول ریسمان 0.35 متر

	L(m)	L ₁ (m)	X(m)	T(s)	K(m)	K ²	m(kg)	I = mK ²
1	0.35							
2	0.35							
3	0.35							

خواسته

منحنی تغییرات ممان اینرسی I بر حسب تغییرات طول L را رسم نموده و آن را با نتایج تئوری مقایسه کنید.