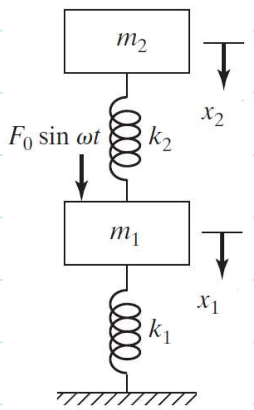
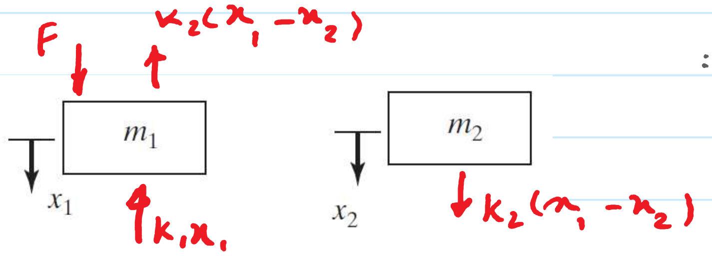
Dynamic Vibration Absorber — جاذب دینامیکی ارتعاشات



سیستم دو درجه آزادی شکل مقابل را در نظر بگیرید که تحت نیروی هارمونیک قرار دارد. با کشیدن دیاگرام جسم آزاد و رسم نیروی خارجی داریم:



$x_1 > x_2$

$$\sum F_i = m_i \ddot{x}_i \Rightarrow \begin{cases} -k_1x_1 - k_2(x_1-x_2) + F = m_1\ddot{x}_1 \\ k_2(x_1-x_2) = m_2\ddot{x}_2 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 + (k_1+k_2)x_1 - k_2x_2 = F \\ m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + k_2x_2 = 0 \end{cases}$$

و یا فرم ماتریسی:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (۱)$$

با در نظر گرفتن $\underline{x} = \underline{X} e^{j\omega t}$ و قرار دادن در رابطه بالا

$$(-\underline{\underline{m}}\,\omega^2 + \underline{\underline{k}})\underline{X} = \underline{F}$$

و یا:

$$\begin{cases} (k_1+k_2-m_1\omega^2)X_1 - k_2X_2 = F_0 \\ -k_2X_1 + (k_2-m_2\omega^2)X_2 = 0 \end{cases}$$

برای حل از روش کرامر می توان نوشت:

$$X_1 = \frac{\begin{vmatrix} F_0 & -k_2 \\ 0 & k_2-m_2\omega^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_1+k_2-m_1\omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2-m_2\omega^2 \end{vmatrix}} \quad , \quad X_2 = \frac{\begin{vmatrix} k_1+k_2-m_2\omega^2 & F_0 \\ -k_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_1+k_2-m_2\omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2-m_2\omega^2 \end{vmatrix}}$$

و یا :

$$(2)\quad X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1+k_2-m_1\omega^2)(k_2-m_2\omega^2)-k_2^2} \quad , \quad X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1+k_2-m_1\omega^2)(k_2-m_2\omega^2)-k_2^2}$$

بنابراین پاسخ پایدار سیستم فوق به صورت $\underline{x} = \underline{X}\sin\omega t$ خواهد بود.

از روابط (2) دیده می‌شود که :

۱- هنگامی که $\omega = 0$ است :

$$X_1 = \frac{F_0}{k_1} \quad , \quad X_2 = \frac{F_0}{k_1}$$

۲- هنگامی که $\omega \to \infty$

$$X_1 \to 0^- \quad , \quad X_2 \to 0^+$$

۳- مخرج هر دو که مربوط به X_1 و X_2 می‌تواند صفر گردد. در این صورت تشدید رخ می‌دهد. از برابر صفر قرار دادن مخرج کسر :

$$(k_1+k_2-m_1\omega^2)(k_2-m_2\omega^2)-k_2^2=0$$

$$m_1 m_2 (\omega^2)^2 - (k_1 m_2 + k_2 m_2 + k_2 m_1)\omega^2 + k_1 k_2 = 0$$

و یا :

$$(\omega^2)^2 - \left(\frac{k_2}{m_2}\cdot\frac{m_2}{m_1} + \frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right)\omega^2 + \frac{k_1}{m_1}\cdot\frac{k_2}{m_2} = 0 \quad (3)$$

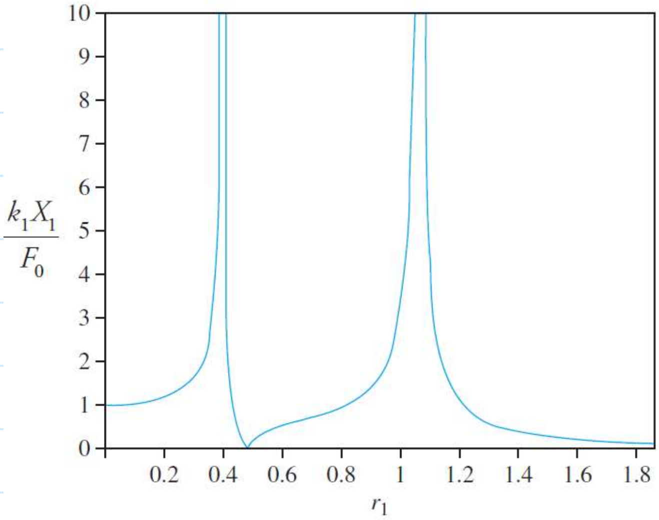
معادله (3) دارای دو ریشه مثبت است که فرکانس‌های طبیعی سیستم را می‌دهند

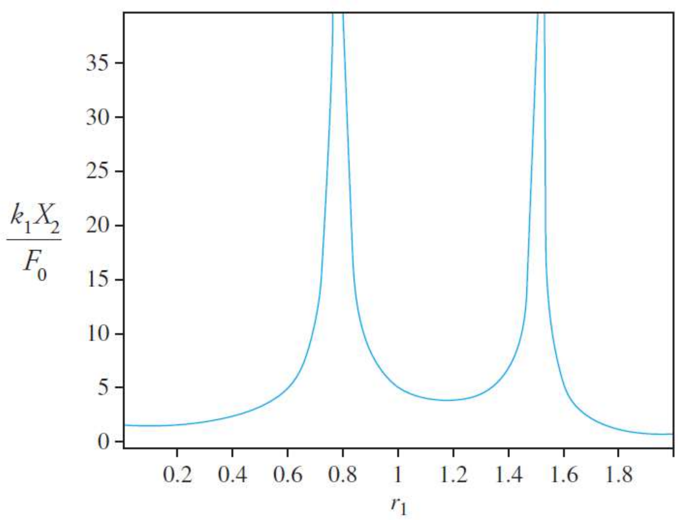
۴- X_2 هیچگاه نمی‌تواند صفر گردد الا در $\omega \to \infty$، ولی X_1 می‌تواند. یعنی:

$$k_2 - m_2\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$$

در این فرکانس دامنه X_1 صفر شده و دامنه X_2 برابر $-\frac{F_0}{k_2}$ است.

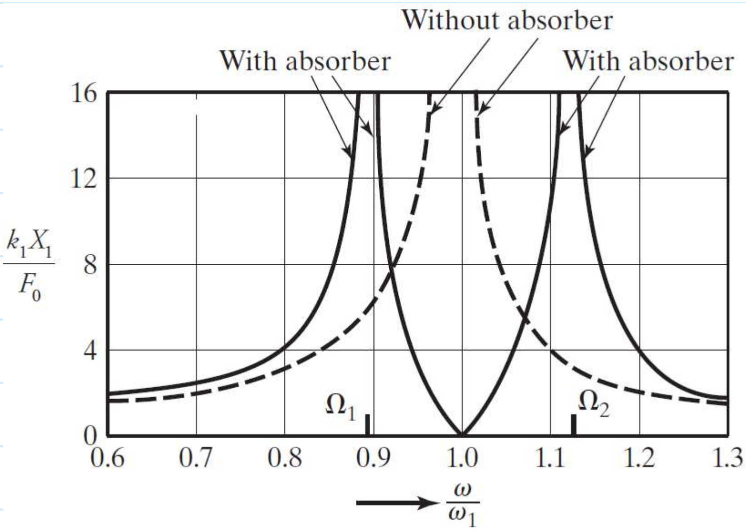
بنابراین تحت پاسخ دو جرم عبارت است از :





همانطور که از منحنی پاسخ فرکانسی دیده می‌شود در نقطه‌ای از دامنه فرکانسی، دامنه ارتعاشات جرم m_1 صفر است، درحالی که m_2 همچنان نوسان می‌کند. از دیاگرام جسم آزاد دیده می‌شود که در این حالت نیروی خارجی $F_0 \sin\omega t$ با نیروی فنر $k_1 X_2$ خنثی شده و بنابراین جرم m_1 ساکن می‌ماند. این پدیده جالب است، زیرا به جرم m_1 نیروی تناوبی F وارد گشته ولی در حالت سکون باقی می‌ماند. این پدیده را جاذب دینامیکی ارتعاشات می‌نامند.

حال فرض کنید که سیستم یک درجه آزادی با جرم m_1 و فنر k_1 موجود است که تحت نیروی هارمونیک F قرار دارد. در فرکانس طبیعی این سیستم، دامنه به سمت بی‌نهایت میل می‌کند (خط چین در شکل زیر). با اضافه نمودن جرم و فنر m_2 و k_2 با انتخاب مقادیر آنها به نحوی که فرکانس طبیعی سیستم یک درجه اضافه شده برابر فرکانس تحریک گردد، دامنه جرم m_1 صفر می‌شود.

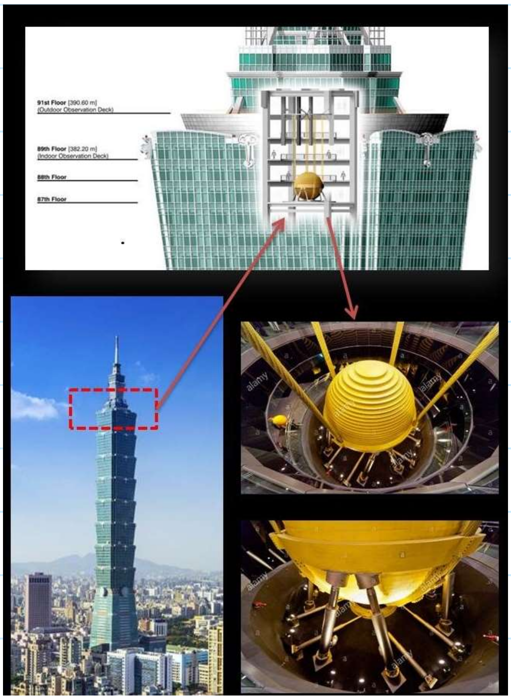


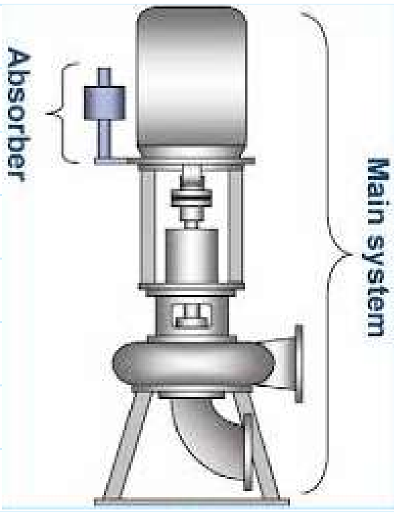
سیستم m_1 و k_1 که سیستم اصلی (Primary System) می‌باشد، را بر ما فرض بدون میرایی و تحت

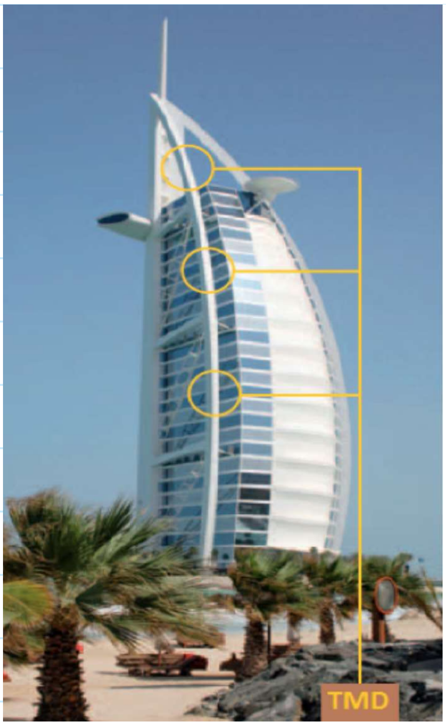
است ضعیف گیران باشد. برای رفع ارتعاش آن سیستم ثانویه (Secondary System)

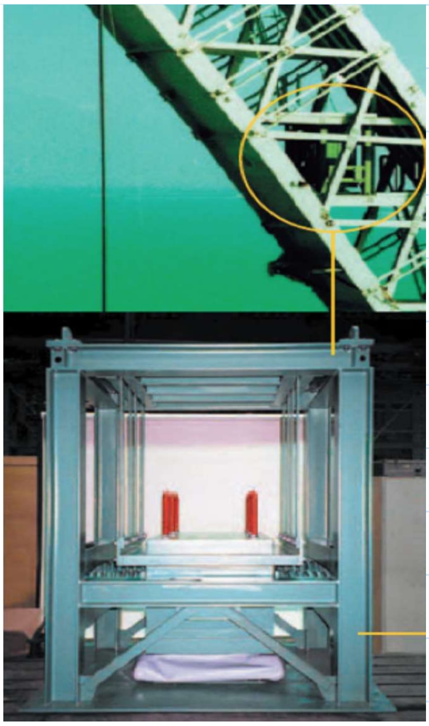
m_2 و k_2 را به آن اضافه کرده‌ایم که سبب کاهش دامنه ارتعاشات می‌شود.

این پدیده کاربردهای فراوانی را در صنعت دارد. در زیر شکل تعدادی از کاربردهای آن نمایش داده شده است.







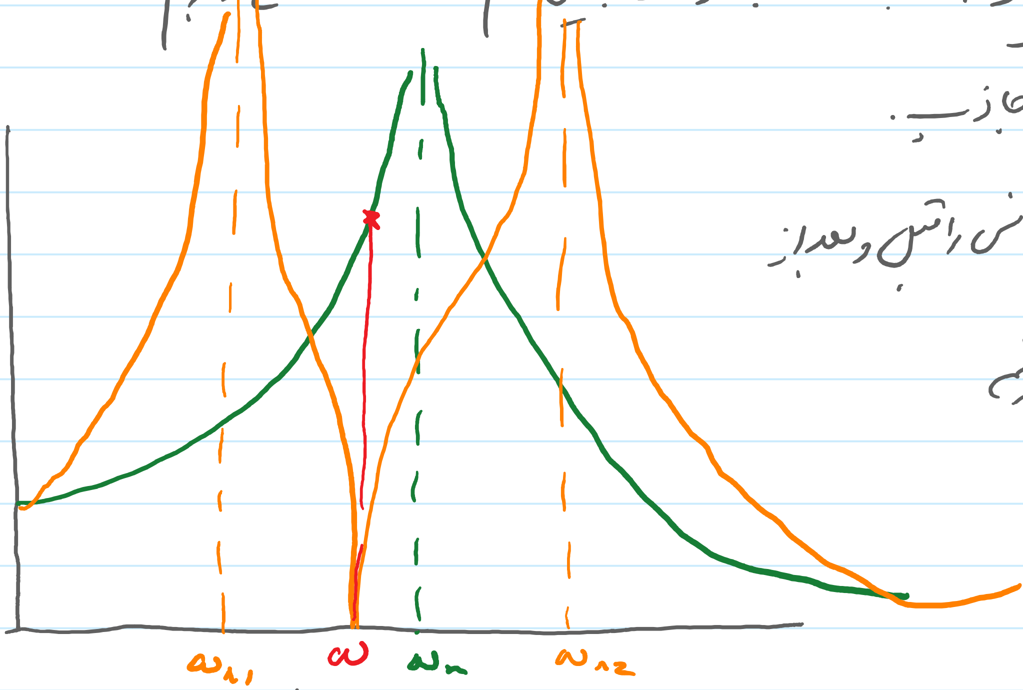


مثال: قطار زیرزمینی از زیر یک ساختمان که در طبقه همکف آن یک آزمایشگاه ابزارگیری قرار دارد می‌گذرد. هنگام عبور قطار آزمایشگاه به لرزه در می‌آید به‌طوریکه انجام آزمایش را مختل می‌کند. طبق آزمایش، فرکانس طبیعی ساختمان به فرم ساده جرم و فنر $95.5\ Hz$ است. بعلاوه ارتعاشات ساختمان هنگام عبور قطار ثبت شده و نشان دهنده یک تحریک هارمونیک با فرکانس $5252\ rpm$ و دامنه $14\ tonf$ است. اضافه کردن یک سیستم جاذب به فرم جرم و فنر با جرم $200\ lb$ برای از بین بردن ارتعاش ساختمان پیشنهاد شده است. پس از انجام این کار فرکانس طبیعی اصلی ساختمان $85.4\ Hz$ می‌گردد. مطلوبست:

الف- ضریب سختی فنر جاذب. ب- فرکانس طبیعی دوم ساختمان ج- جرم ساختمان

د- دامنه حرکت جرم جاذب.

درصورتیکه منحنی پاسخ فرکانسی را قبل و بعد از نصب جاذب رسم کنیم



همانطور که دیده می‌شود در حالت یک درجه آزادی سیستم در فرکانس طبیعی $\omega_n = 95.5\ Hz = 600\ rad/s$ است. اما دور کاری و یا تحریک در $\omega = 5252\ rpm = 550\ rad/s$ است که به نزدیک فرکانس طبیعی بوده و دامنه ارتعاش زیاد است. با اضافه کردن جرم جاذب، سیستم دو فرکانس طبیعی داشته و در دور کاری دامنه به صفر می‌رسد.

درایش صدر است:

$$x_1=0 \Rightarrow k_2-m_2\omega^2=0 \Rightarrow k_2=m_2\omega^2$$

از قرار دادن اعداد:

$$k_2=200\,\cancel{lb}\times(550\,\frac{rad}{\cancel{s}})^2\times\frac{1\,\cancel{ft}}{1\,\cancel{ft}}\times\frac{1\,\cancel{lbf}}{32.2\,\frac{lb\,ft}{s^2}}\times\frac{1\,tonf}{2240\,\cancel{lbf}}\times\frac{1\,\cancel{ft}}{12\,in}=70\,\frac{tonf}{in}$$

ب- برای بدست آوردن فرکانس طبیعی دوم از معادله مشخصه استفاده می‌کنیم. این معادله برابر است با:

$$(\omega^2)^2-\left(\frac{k_2}{m_2}\cdot\frac{m_2}{m_1}+\frac{k_1}{m_1}+\frac{k_2}{m_2}\right)\omega^2+\frac{k_1}{m_1}\cdot\frac{k_2}{m_2}=0$$

این معادله بر حسب ω^2 از درجه دو بوده و دو ریشه $\omega_{n_1}^2$ و $\omega_{n_2}^2$ دارد که ریشه ω_{n_1} را داده

$$\omega_{n_1}=85.4\,Hz=536.6\,\frac{rad}{s}$$

برای بدست آوردن ریشه دیگر به m_1 نیاز است که مجهول است. اما می‌دانیم که حاصل جمع و حاصل ضرب دو ریشه برابر است با:

$$\begin{cases}\omega_{n_1}^2+\omega_{n_2}^2=\frac{k_1}{m_1}+\frac{k_2}{m_2}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)\\ \omega_{n_1}^2\cdot\omega_{n_2}^2=\frac{k_1}{m_1}\cdot\frac{k_2}{m_2}\end{cases}\quad *$$

از رابطه دوم:

$$\omega_{n_2}^2=\frac{\frac{k_1}{m_1}\cdot\frac{k_2}{m_2}}{\omega_{n_1}^2}=\frac{\omega_n^2\cdot\omega^2}{\omega_{n_1}^2}$$

که ω فرکانس تحریک خارجی $(\omega=\sqrt{\frac{k_2}{m_2}})$ و ω_n فرکانس طبیعی جذاب لرزش سیستم جرم و فنر است. از جایگذاری اعداد:

$$\omega_{n_2}^2=\frac{(550)^2(600)^2}{(536.6)^2}\Rightarrow\omega_{n_2}=615\,\frac{rad}{s}$$

ج- برای بدست آوردن جرم جذاب معادله اول * را با داشتن ω_{n_1}، ω_{n_2}، ω_n، ω و m_2 حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow m_1=8.9\,ton$$

د- دامنه حرکت جرم جاذب:

$$x_2=\frac{F_0}{k_2}=0.2\,in$$

در صورتیکه معادله مشخصه سیستم نوشته شود:

$$(\omega^2)^2-\left(\frac{k_2}{m_2}\cdot\frac{m_2}{m_1}+\frac{k_1}{m_1}+\frac{k_2}{m_2}\right)\omega^2+\frac{k_1}{m_1}\cdot\frac{k_2}{m_2}=0$$

با در نظر گرفتن: $\omega_1^2=\frac{k_1}{m_1}$, $\omega_2^2=\frac{k_2}{m_2}$, $\mu=\frac{m_2}{m_1}$, $\beta=\frac{\omega_2}{\omega_1}$ و قرار دادن

در آن:

$$(\omega^2)^2-(\mu\omega_2^2+\omega_1^2+\omega_2^2)\omega^2+\omega_1^2\omega_2^2=0$$

با تقسیم بر ω_2^4:

$$\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2-\frac{(1+\mu)\omega_2^2+\omega_1^2}{\omega_2^2}\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2+\frac{\omega_1^2\omega_2^2}{\omega_2^4}=0$$

$$\Rightarrow\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^2-\left(1+\mu+\frac{1}{\beta^2}\right)\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2+\frac{1}{\beta^2}=0$$

و یا:

$$\beta^2\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2-\left[(1+\mu)\beta^2+1\right]\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2+1=0$$

موفقیت جاذب به چند پارامتر بستگی دارد:

۱- فرکانس نیروی تحریک تغییر چندانی نداشته باشد، در غیر اینصورت فرکانس جاذب با فرکانس تحریک یکی نبوده و ممکن است حتی دامنه نوسانات سیستم اصلی بالا هم برود.

۲- تحلیل صورت گرفته با این فرض است که استهلاک در سیستم نباشد. در صورتیکه استهلاک موجود باشد، سیستم معادلات ممکن است که غیر مرتبط نشده و استهلاک باعث می‌شود که دامنه جاذب صفر نگردد. ولی استهلاک یک حسن نیز دارد و آن این است که فاصله بین دو تشدید را بالا برد و همچنین ماکزیمم دامنه تشدید به بینهایت نمی‌رود. علاوه بر این استهلاک عامل دیگری در جذب انرژی اولیه سیستم است.

برای بررسی اثرات جرم جاذب و تغییر فرکانس تحریک پارامترهای زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\omega_1=\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}\ ,\ \omega_2=\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}\ ,\ \mu=\frac{m_2}{m_1}\ ,\ \beta=\frac{\omega_2}{\omega_1}$$

در نتیجه :

$$\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}=\frac{k_2/m_2}{k_1/m_1}=\frac{k_2}{k_1}\cdot\frac{m_1}{m_2}\Rightarrow\frac{k_2}{k_1}=\mu\beta^2 \qquad (4)$$

در صورتیکه دامنه ارتعاش سیستم اصلی نوشته شود:

$$X_1=\frac{(k_2-m_2\omega^2)F_0}{(k_1+k_2-m_1\omega^2)(k_2-m_2\omega^2)-k_2^2}=\frac{k_2\left(1-\frac{m_2\omega^2}{k_2}\right)F_0}{k_1k_2\left(1+\frac{k_2}{k_1}-\frac{m_1}{k_1}\omega^2\right)\left(1-\frac{m_2\omega^2}{k_2}\right)-k_2^2}$$

$$=\frac{\left(1-\omega^2/\omega_2^2\right)F_0}{k_1\left(1+\mu\beta^2-\frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)-k_1}=\frac{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)}{\left(1+\mu\beta^2-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)-\frac{k_2}{k_1}}\ F_0/k_1$$

$$\Rightarrow\frac{X_1k_1}{F_0}=\frac{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)}{\left(1+\mu\beta^2-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)-\mu\beta^2} \qquad (5)$$

که مخرج که همان معادله مشخصه است قبلاً بدست آمد. از برابر صفر قرار دادن آن:

$$\left(1+\mu\beta^2-\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right)\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)-\mu\beta^2=0$$

با ساده کردن آن:

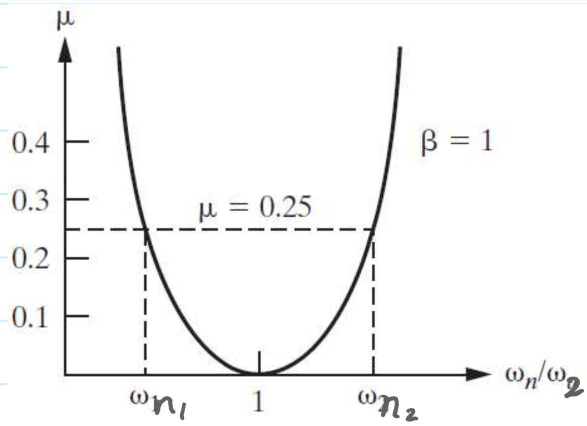
$$\beta^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^2-\left[\beta^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)+\frac{\omega^2}{\omega_2^2}+\mu\beta^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)\right]+1=0$$

$$\Rightarrow\beta^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^2-\left[1+\beta^2(1+\mu)\right]\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)+1=0 \qquad (6)$$

ریشه‌های این معادله عبارتند از:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2=\frac{1+\beta^2(1+\mu)}{2\beta^2}\mp\frac{1}{2\beta^2}\sqrt{\beta^4(1+\mu)^2-2\beta^2(1-\mu)+1} \qquad (7)$$

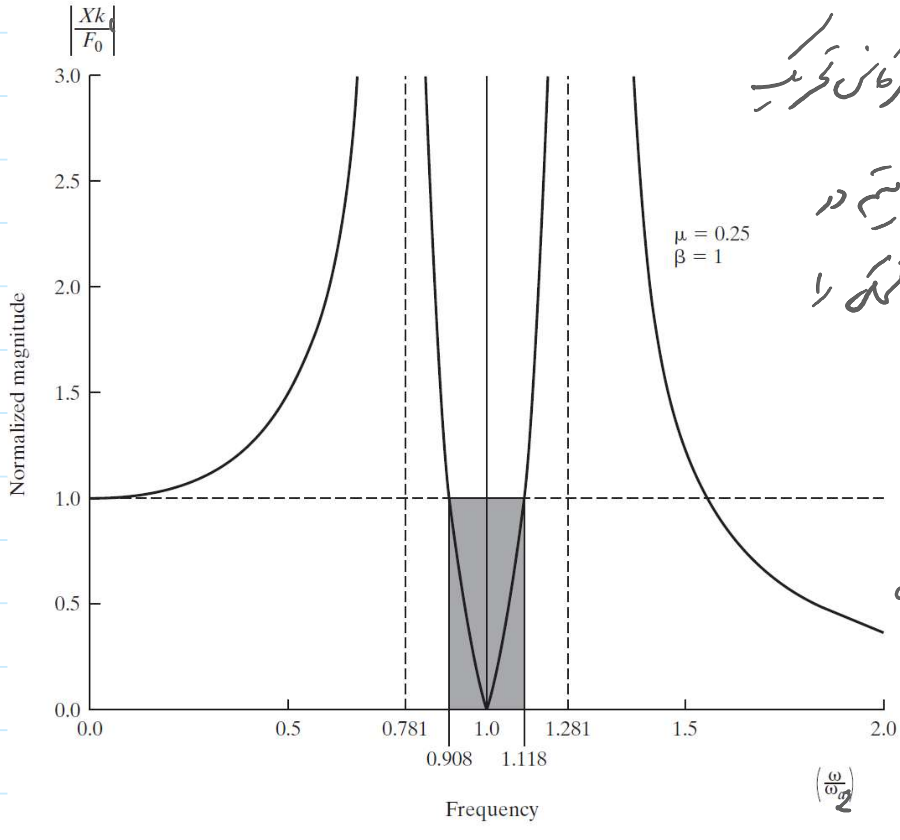
دو جواب بدست آمده فرکانس‌های طبیعی ω_{n_1} و ω_{n_2} را نشان می‌دهند. همانطور که دیده می‌شود این فرکانس‌ها توابعی از β و μ هستند.



مقادیر این دو فرکانس برای $\beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1$ است که در عمل خیلی اتفاق پیش می‌آید در شکل روبرو نشان داده شده است.

دقت کنید که هنگامی که جرم جاذب بزرگ می‌شود (ازدیاد μ)، فاصله بین دو فرکانس طبیعی زیادتر شده و از مقدار فرکانس تحریک ($\omega = \omega_2$) دورتر می‌گردند (دقت کنید که فرکانس جاذب را برابر فرکانس تحریک گرفته‌ایم). این امر در عمل مطلوب است و اجازه تغییرات بیشتری را برای فرکانس تحریک می‌دهد، بگونه‌ای که دامنه ارتعاش سیستم اصلی زیاد نگردد.

در شکل روبرو دامنه X_1 برای $\mu = 0.25$ و $\beta = 1$ رسم شده است.



از این شکل دیده می‌شود که در صورتیکه فرکانس تحریک به $0.781\omega_2$ و یا $1.281\omega_2$ برسد، سیستم دو درجه آزادی به تشدید رسیده و جاذب کمکی را به کاهش ارتعاش انجام نمی‌دهد.

ناحیه تیره در شکل ناحیه‌ای را نشان می‌دهد که اضافه کردن جاذب مفید بوده یعنی برای اگر $0.908\omega_2 < \omega < 1.118\omega_2$ باشد، جاذب هنوز مفید است.

معمولاً در طراحی ها را بین 0.05 و 0.25 در نظر می‌گیرند.

این به این علت است که مقادیر کمی ها فاصله بین دو تشدید را کم کرده و تعداد ترکیب انرژی زیادی را نیاز دارد، زیرا حجم جاذب ترکیب می‌شود.

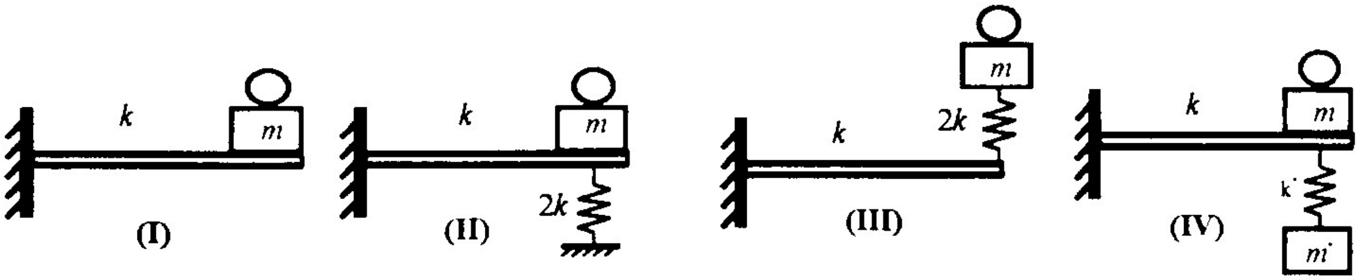
همچنین خستگی جاذب یکی دیگر از عوامل محدود کننده در طراحی جاذب است و سعی می‌شود که ماکزیمم x_2 نیز محدود گردد.

موتوری در انتهای تیر یک سر گیرداری به سختی k و جرم ناچیز نصب شده و در دور 1150^{rpm} کار می کند (شکل I). در صورتی که فرکانس طبیعی این سیستم 1300^{rpm} باشد، راه حلهای زیر برای کاهش ارتعاشات پیشنهاد شده است:

الف- اضافه نمودن فنری به سختی $2k$ در زیر تیر. مطلوبست تعیین نسبت دامنه جابجایی مطلق موتور در دو حالت I و II ($\frac{x_{II}}{x_I}$).

ب – راه حل دیگر ایزوله کردن موتور از تیر بفرم نشان داده شده در شکل III می باشد. مقدار $\frac{x_{III}}{x_I}$ را در این حالت نیز بدست آورید.

ج – راه حل سوم استفاده از جاذب دینامیکی ارتعاشات و محدود نمودن دامنه جابجایی موتور در فرکانس کارکرد آن می باشد (شکل IV). در صورتی که جرم جاذب بنحوی انتخاب گردد که 20% جرم موتور باشد، فرکانسهای طبیعی سیستم جدید چه مقدار می باشد؟



الف - برای حالت I از ارتعاشات اجباری داریم:

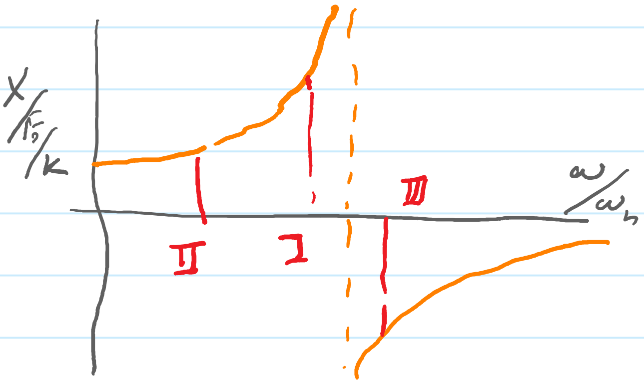
$$X_1 = \frac{F_0/k}{1-\left(\frac{\omega}{\underbrace{\omega_n}_{\omega_I}}\right)^2} = \frac{F_0/k}{1-\left(\frac{1150}{1300}\right)^2} = 4.60\, F_0/k \quad , \quad \omega_I = \sqrt{\frac{k}{m}} = 1300^{rpm}$$

برای حالت II دیده می‌شود که فنر $2k$ و تیر (فنر k) بصورت موازی بوده و در نتیجه:

$$k_{eq} = 2k + k = 3k \quad , \quad \omega_{II} = \sqrt{\frac{3k}{m}} = \sqrt{3}\sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{3}\,\omega_I$$

در نتیجه:

$$X_{II} = \frac{F_0/3k}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_{II}}\right)^2} = \frac{F_0/3k}{1-\left(\frac{1150}{\sqrt{3}(1300)}\right)^2} = 0.451\, F_0/k$$



$$\Rightarrow \frac{X_{II}}{X_I} = \frac{0.45}{4.6} = 0.0981$$

برای حالت I داریم $\frac{\omega}{\omega_I} = \frac{1150}{1300} = 0.885$

برای حالت II $\frac{\omega}{\omega_{II}} = \frac{1150}{\sqrt{3}(1300)} = 0.511$

ب - در این حالت دو فنر بصورت سری عمل کرده و :

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{2k} = \frac{3}{2k} \Rightarrow k_{eq} = \frac{2k}{3} \Rightarrow \omega_{III} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\omega_I$$

و نیز : $\dfrac{\omega}{\omega_{III}} = \dfrac{1150}{\sqrt{2/3}\,(1300)} = 1.08$ و :

$$X_{III} = \frac{F_0/\frac{2}{3}k}{\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1150}{1300}\right)^2 - 1} = 8.63\, F_0/k$$

نسبت برابر :

$$\frac{X_{III}}{X_1} = \frac{8.63}{4.60} = 1.88$$

ج - در این حالت فرکانس جاذب برابر است با : $\omega = \omega_2 = 1150$ rpm و فرکانس

طبیعی سیستم اصلی $\omega_1 = 1300$ rpm است. نسبت جرم نیز $\mu = \frac{m_2}{m_1} = 0.2$ است. بنابراین:

$$\beta^2\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2 - \left[1+\beta^2(1+\mu)\right]\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0 \quad , \beta = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

با قرار دادن $\beta = \frac{1150}{1300}$ و $\mu = 0.2$ در این رابطه :

$$\left(\frac{1150}{1300}\right)^2\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2 - \left[1+\left(\frac{1150}{1300}\right)^2(1+0.2)\right]\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 0.7825\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^4 - 1.9391\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_n = \begin{cases} \omega_{n1} = \sqrt{0.7319}\,\omega_2 = 983.8 \text{ rpm} \\ \omega_{n2} = \sqrt{1.746}\,\omega_2 = 1519.6 \text{ rpm} \end{cases}$$

دستگاهی به جرم 200 kg به فنری با سختی 4×10^5 N/m متصل است. در حین کار، دستگاه در معرض نیروی هارمونیکی به بزرگی 500 N در فرکانس 50 rad/s قرار می گیرد. جاذب ارتعاش غیر میرایی طراحی کنید تا دامنه حالت پایدار جرم اولیه را صفر کرده و دامنه حالت پایدار جرم جاذب حداکثر 2 mm گردد. فرکانسهای طبیعی سیستم جدید را نیز محاسبه کنید

هنگامی که جاذب تنظیم (Tune) می گردد، این امر در فرکانس تحریک $\omega = 50\ \mathrm{rad/s}$ اتفاق می افتد. بنابراین در این حالت دامنه جاذب:

$$\frac{F_0}{k_2} \le 2\ \mathrm{mm} \Rightarrow k_2 \ge \frac{F_0}{0.002\ \mathrm{m}} = \frac{500\ \mathrm{N}}{0.002\ \mathrm{m}} = 2.5\times10^5\ \mathrm{N/m}$$

با در نظر گرفتن حداقل k_2 مقدار جرم جاذب برابر است با:

$$m_2 = \frac{k_2}{\omega_2^2} = \frac{2.5\times10^5}{50^2} = 100\ \mathrm{kg}$$

برای بدست آوردن فرکانسهای طبیعی سیستم از رابطه زیر استفاده می کنیم که همان معادله مشخصه است:

$$\beta^2\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2 - \left(1+\beta^2(1+\mu)\right)\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0$$

با توجه به اینکه:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{4\times10^5}{200}} = 44.72\ \mathrm{rad/s}$$

و:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = \frac{100}{200} = 0.5 \quad , \quad \beta = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{50}{44.72} = 1.118$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$1.25\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2 - \left(1 + 1.25(1+0.5)\right)\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$1.25\left(\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right)^2 - 2.875\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 = \frac{2.875 \mp \sqrt{2.875^2 - 4(1.25)(1)}}{2(1.25)} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{\omega_{n1}}{\omega_2}\right)^2 = 0.4272 \\ \left(\frac{\omega_{n2}}{\omega_2}\right)^2 = 1.873 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_{n1} = 32.679\ \mathrm{rad/s} \ , \ \omega_{n2} = 68.426\ \mathrm{rad/s}$$