مثال:

یک فن به جرم 120^{Kg} که دارای جرم نامیزان دواری به مقدار $me=0.35\ kg.m$ می باشد در وسط تیر دو سر مفصلی به طول 2.6^{m} نصب شده است. تیر از جنس فولاد بوده و دارای مقطع مستطیل شکلی به ارتفاع 5^{cm} می باشد. همچنین نسبت استهلاک $\zeta=4\%$ می باشد. در صورتیکه دامنه پاسخ پایدار فن در محدوده سرعت دورانی آن، که بین $50^{rad/s}$ تا $125^{rad/s}$ می باشد، از 5^{mm} تجاوز نکند، مطلوبست تعیین عمق تیر.

سیستم جرم نامتعادل داریم:

$$\frac{Mx.}{me}=\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

جرم M، نامیزانی me و حداکثر جابجایی x. داده شده است. ζ نیز معلوم است.

تنها پارامتر مجهول r بوده که مقدار آنرا بدست می آوریم:

$$\frac{Mx.}{me}=\frac{120(0.05)}{0.35}=1.714 \geq \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2(0.04)r)^2}}$$

با حل حالت تساوی (دوحالت را به توان ۲ رسانده و طرفین را بسط می دهیم):

$$1.9206r^4-5.8775r^2+2.9388=0 \Rightarrow \begin{cases} r_1=0.7933 \\ r_2=1.5750 \end{cases}$$

دیده می شود که دو جواب r_1 و r_2 داریم.

اگر r_1 انتخاب شود تمام مقادیر کوچکتر از آن

و اگر r_2 انتخاب شود تمام مقادیر بزرگتر

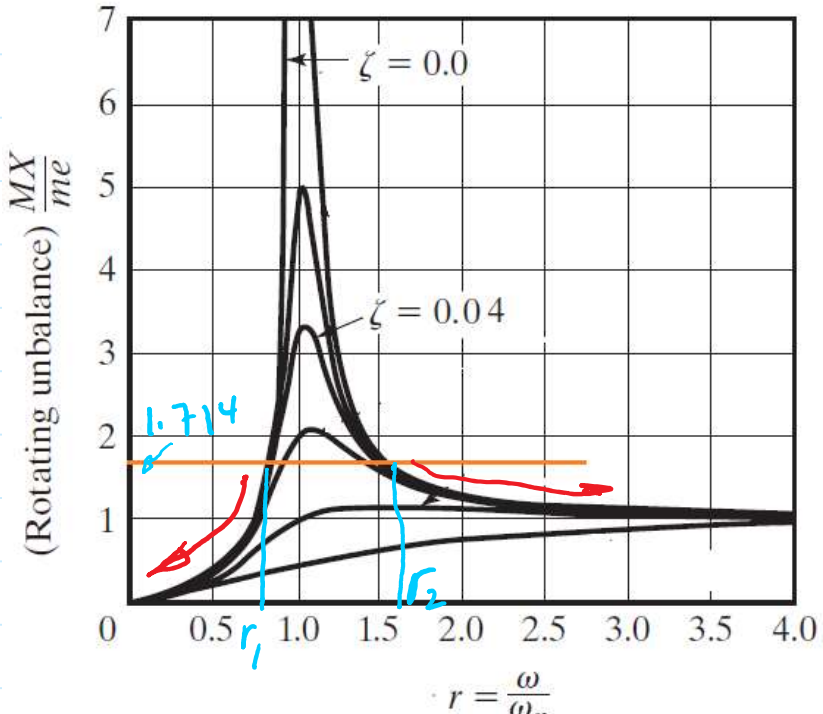
از آن قابل قبول است

با انتخاب هرکدام از r_1 و r_2 می توان

یک واز آنجا k را بدست آورد

با توجه به آنکه $K=\frac{48EI}{L^3}$

است، I بدست آمده و سپس از روی آن عمق تیر b بدست می آید.



اگر r_1 انتخاب شود:

$$r_1 = 0.7933 \geq \frac{\omega}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n \geq \frac{\omega}{0.7933}$$

$$\omega_n \geq \frac{125}{0.7933} = 157.569 \ \frac{rad}{s}$$

از آنجاکه مقدار r باید از یک کوچکتر باشد.
لذا می‌بایست حداکثر دقت کار را اعمال کرد.

$$k = M\omega_n^2 \Rightarrow k = 2979382 \ N/m$$

$$K = \frac{48EI}{l^3} \Rightarrow I = \frac{kl^3}{48E} \rightarrow I = 5.195 \times 10^{-6} \ m^4$$

$$I = \frac{bh^3}{12} \Rightarrow b = \frac{12I}{h^3} = \frac{12(5.195 \times 10^{-6})}{(0.05)^3} = 0.498 \ m$$

$$\rightarrow \quad b \geq 0.498 \ m$$

در صورتیکه r_2 انتخاب شود:

$$r_2 = 1.5756 \leq \frac{\omega}{\omega_n} \Rightarrow \omega_n \leq \frac{\omega}{1.575}$$

$$\omega_n \leq \frac{50}{1.575} = 31.746 \ \frac{rad}{s}$$

از آنجاکه مقدار r باید بزرگتر از r_2 باشد، لذا می‌بایست حداقل دقت کار را اعمال کرد.

$$\Rightarrow k = 120937.3 \ N/m$$

$$\rightarrow b \leq 0.020 \ m$$

ایزولاسیون ارتعاشات — Vibration Isolation

لطمه‌ی وارد بر سیستم‌های مکانیکی ارتعاشات را نمی‌توان از بین برد و یا حذف کرد، بلکه می‌توان آن را کاهش داده و به حداقل مقدار رساند.

معمولاً در سیستم‌های مکانیکی ارتعاشات بطریق زیر حاصل می‌گردد:

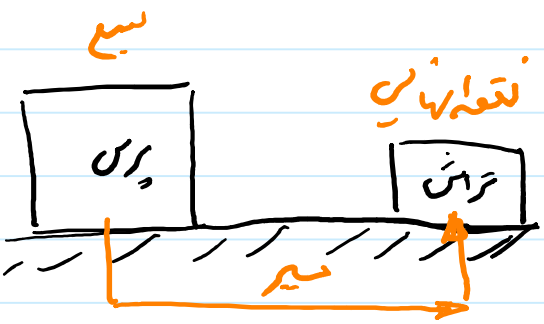
الف - عدم رعایت اصول صحیح و استاندارد در طراحی سیستم

ب - عدم وجود امکانات مناسب

ج - عدم رعایت اصول صحیح در تعمیر و نگهداری سیستم.

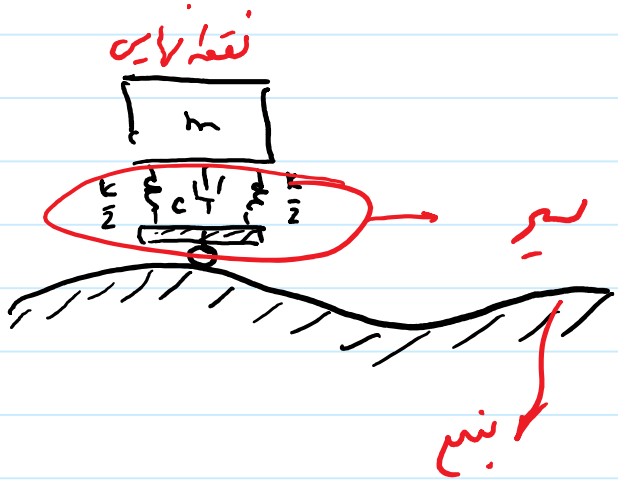
معمولاً در هر سیستم ارتعاشی سه قسمت زیر را خواهیم داشت:

۱- منبع ارتعاش
۲- مسیر انتقال
۳- سیستم یا نقطه‌ی پاسخ



مثال:

- دستگاه پرس در حال کار است و ارتعاش آن از طریق کف به دستگاه تراش منتقل می‌گردد.



- خودرو در حال حرکت بر روی جاده‌ای با پستی و بلندی است و ارتعاش از طریق سیستم تعلیق به راننده و سرنشین منتقل می‌گردد.

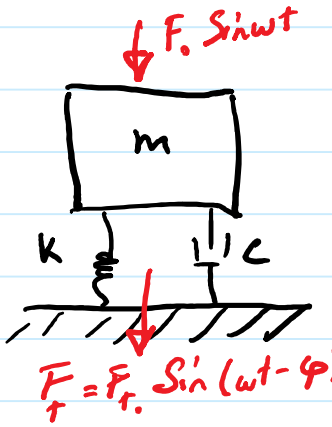
- شما میخواهید که در قسمت اول نفوذ ارتعاش را حداقل کنید و آنرا کنترل کنید. بنابراین مثال اول پرس را انتخاب کرده و یا در مثال دوم ناهمواریهای سطح جاده را کم کنید.

- میخواهید که در کدام مثال دقت کنید. بنابراین در مثال اول از یک فونداسیون قوی برای پرس و یا ماشین آلات استفاده کرده و در مثال دوم از سیستم تعلیق بهتری جهت ماشین.

- در نهایت می‌توان در قسمت نهایی دقت نموده و در مثال اول ماشین تراش را بر روی قالب و دیگر بهتری قرار داد و یا در مثال دوم صندلی راننده را کمی حالت فنریت داد.

- در حالت کلی می‌توان بر روی بعضی و یا جمیع قسمتها تغییرات انجام داد.

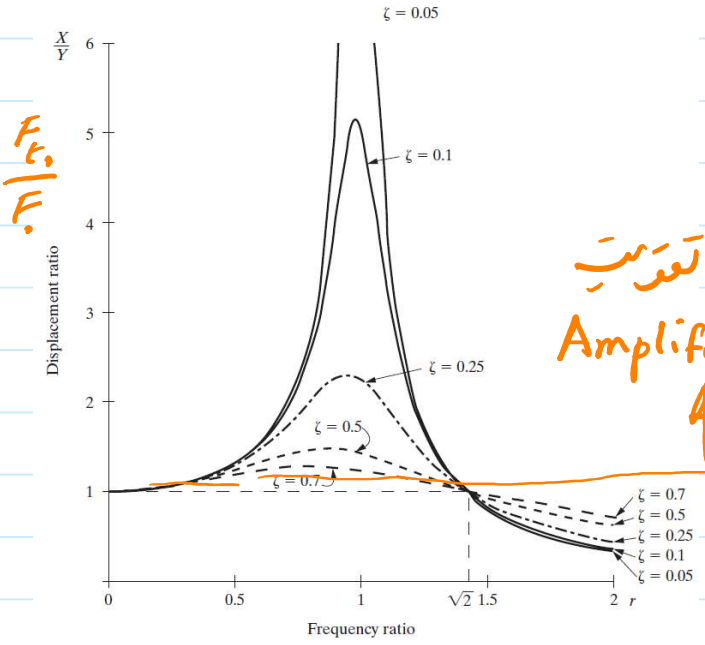
در مثال اول در صورتی که مدل پرس بصورت یک درجه آزادی در نظر گرفته شود:



در اینجا هدف کاهش نیروی منتقل شده به فونداسیون است.

درصورتیکه نسبت دامنه نیروی منتقل شده به دامنه نیروی تحریک را نسبیم خواهیم داشت:

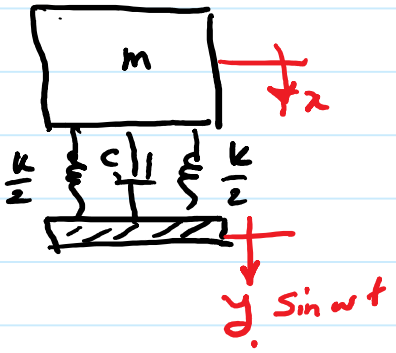
$$\frac{F_{t_0}}{F_0} = \left[\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right]^{1/2}$$



ناحیه تقویت
Amplification Zone

ناحیه ایزولاسیون
Isolation Zone

دیده می‌گردد که در ناحیه تقدیت ایزولاسیون در تمامی پانل فرکانسی قابل شناسایی است.
در ناحیه تقویت دامنه نیروی منتقل شده بیشتر از دامنه نیروی تحریک است.
این در حالی است که در ناحیه ایزولاسیون دامنه نیروی منتقل شده از دامنه نیروی تحریک کمتر می‌گردد.
این ناحیه ای است که مورد علاقه ما می‌باشد.



اگر مثال دوم (خودرو) را در نظر بگیریم، هدف ما حفظ دامنه جابجایی جرم m است. درصورتیکه نسبت دامنه جابجایی جرم m به دامنه جابجایی تحریک جاده را بنویسیم:

$$\frac{x_0}{y_0} = \left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right]^{1/2}$$

نحوه پانل فرکانسی خودرو به صورتی مشخص است.
در این جسم مثال ناحیه ایزولاسیون و حفظ دامنه جابجایی جرم خودرو هستیم.
برای اشنایی با ایزولاتور (Isolator) یا کاهنده ارتعاش استفاده می‌کنیم.
این اجزاء بین منبع ارتعاش و نقطه نهایی قرار گرفته و ارتعاش را کم می‌کنند.
ساده ترین ایزولاتور یک فنر است. از دیگر انواع آن می‌توان از لاستیک، چوب، پنبه، نمد، نایلون و... نام برد.

در قطعات فلزی صلبی ضریب استهلاک ناچیز است، اما در قطعاتی که تحت خستگی هستند باید حداکثر انتقال بار آزمایش شود لذا می‌بایست در محل تغییر سطح مقطع از الاستیک، فلنج و یا چیپ پلیه استفاده کرد تا به کمک آنها صدمه نبیند. در برابر آب، رطوبت، حرارت و حلال‌ها مقاوم‌اند. کاربرد و شرایط آنها در جدول ۲ آمده است.

الاستیک: معمولترین راه جدا کردن ارتعاش است. در برش صفحه‌ای است و شاید این معیار طراحی آن در برش است. خواص آن البته به نوع و مقدار بار، درجه حرارت، شکل آن و فرکانس نیروی وارده متغیر است. در دماهای بالای ۱۲۵ تا ۱۵۰ درجه سانتی‌گراد از وارد کردن بار زیاد خودداری کرد. بعلت حل شدن در روغن و بنزین نمی‌بایستی در معرض آنها قرار گیرد. مدول الاستیک آن کم است و با ازدیاد بار زیاد می‌شود. بنابراین برای بارهای کم و فرکانس‌های زیاد مناسب است.

چوب پنبه: از آن در برابر بارهای فشاری و برشی استفاده می‌شود. مانند الاستیک نمی‌سابد و مدول الاستیک و میرائی تنش کرنش آن تقریباً ثابت است. چوب پنبه پر از سوراخ‌های ریز هوا می‌باشد و در مقابل بار وارده جابجایی کمی می‌کند.

نمد: در بارهای فشاری استفاده می‌شود و از آن در زیر بتن و صفحه‌های فولاد استفاده می‌شود. بعلت دمپ زیاد برای ایجاد پوشش ماشین آلات استفاده می‌شود. ضریب استهلاک آن زیاد است، لذا در فرکانس‌های کم بکار می‌رود. ضخامت مناسب آن یک اینچ است.

قابلیت انتقال — Transmissibility

حال به تعریف پارامتر قابلیت انتقال که عبارت از نسبت دامنه‌ها می‌باشد می‌پردازیم.

قابلیت انتقال مطلق جابجایی (Displacement, Absolute):

$$T_A^D = \frac{\text{دامنه جابجایی خروجی}}{\text{دامنه جابجایی تحریک}} = \frac{x_0}{y_0}$$

برای نیرو هم چنین نسبتی داریم:

قابلیت انتقال مطلق نیرو (Force, Absolute):

$$T_A^F = \frac{\text{دامنه نیروی منتقل شده}}{\text{دامنه نیروی تحریک}} = \frac{F_{t_0}}{F_0}$$

در هر دو حالت هدف به حداقل رساندن قابلیت انتقال می‌باشد. اگر فرکانس ثابت باشد، پارامترهای سیستم را طوری طراحی می‌کنیم تا در حوزه ایزولاسیون قرار گیرد. ولی در صورتی که فرکانس متغیر باشد (مانند حرکت خودرو) باید بین حوزه ایزولاسیون و تقویت تعادلی برقرار نماییم.

در تکمیل قابلیت مطلق، قابلیت انتقال نسبی هم کاربری زیاد دارد و آن تأثیری است که ایزولاتور وارد می‌شود:

$$T_R^D = \frac{\text{دامنه جابجایی نسبی ایزولاتور}}{\text{دامنه جابجایی ورودی}} = \frac{x_0 - y_0}{y_0} = \frac{x_0}{y_0} - 1 = T_A^D - 1$$

برای نیروها هم:

$$T_R^F = \frac{\text{دامنه نیروی نسبی ورودی}}{\text{دامنه نیروی تحریک}} = \frac{F_{t_0} - F_0}{F_0} = T_A^F - 1$$

مثال: توربوماشینی به جرم 1000 kg دارای جرم نامتعادل 0.1 kgm است. ماشین در دامنه سرعت 500 rpm تا 750 rpm کار می‌کند. مطلوب است تعیین ماکزیمم نیروی انتقالی به پی بدون استفاده‌ای که می‌بایست استفاده شود تا دامنه نیروی منتقل شده در تمام سرعت‌ها از 300 N تجاوز نکند.

داده‌ها: $M = 1000\ kg$, $m.e = 0.1\ kgm$, $F_{t_{max}} = 300\ N$, $500\ rpm \le \omega \le 750\ rpm$

52.36 $78.54\ rad/s$

رابطه نیروی منتقل شده:

$$\frac{F_{t_0}}{F_0} = \left[\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}\right]^{1/2}, \quad \xi = 0 \Rightarrow \frac{F_{t_0}}{F_0} = \frac{1}{1-r^2}$$

آی:

$$F_0 = me\omega^2$$

اگر حداکثر در رابطه نیروی F_0 بیشترین مقدار است در نظر بگیریم:

$$F_0 = (0.1)(78.54)^2 = 616.8\ N$$

مقدار حداکثر F_{t_0} باید 300 باشد و این نشان دهنده ناحیه ایزولاسیون است. این را در رابطه نسبتی بالا زمانی قرار داریم:

$$\frac{F_{t_0}}{F_0} = \frac{300}{616.8} = \frac{1}{r^2-1} \Rightarrow r = 1.748$$

با این مقدار r می‌توان فرکانس طبیعی و از روی آن k را محاسبه کرد:

$$\omega_n = \frac{\omega}{r} = \frac{78.54}{1.748} = 44.92\ rad/s \Rightarrow k = M\omega_n^2 = 2.02\times10^6\ N/m$$

کمترین ایزولاسیون در کمترین سرعت استفاده شود:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{52.36}{44.92} = 1.1655$$

$$\Rightarrow F_{t_0} = \frac{F_0}{r^2-1} = \frac{me\omega^2}{r^2-1} = \frac{(0.1)(52.36)^2}{1.1655^2-1} = 765\ N > 300\ !$$

دیده می‌شود که در کمترین سرعت، محدودیت نیرو نقض می‌شود.
حال فرض کنید که حداکثر سرعت را در نظر گرفته و ایزولاتور را طراحی کنیم.

$$\frac{F_{T_0}}{F_0} = \frac{300}{(0.1)(52.36)^2} = \frac{1}{r^2-1} \Rightarrow r = 1.383$$

$$\Rightarrow \omega_n = \frac{\omega}{r} = \frac{52.36}{1.383} = 37.85 \ \text{rad/s}$$

$$\Rightarrow k = M\omega_n^2 = 1.43 \times 10^6 \ \text{N/m} \leftarrow$$

حال آمپرانس ایزولاتور را در بالاترین سرعت کنترل می‌کنیم:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{78.54}{37.85} = 2.075$$

$$\Rightarrow F_{T_0} = \frac{F_0}{r^2-1} = \frac{me\omega^2}{r^2-1} = \frac{616.8}{2.075^2-1} = 186 \ \text{N} < 300$$

بنابراین قابل قبول است.

مثال: یک ماشین لنت 200 kg در دور 500 rpm کار کرده و نیروی حاصل شکلی برابر با 40000 N تولید می‌کند. قرار است ایزولاتوری لازم شود، دامپر و جنس برای ماشین طراح شود. ایزولاتور را طوری طراح کنید که:

الف - هنگام راه اندازی تا رسیدن به دور کار، حداکثر نیروی منتقل شده از 100000 N تجاوز نکند.

ب - نیروی منتقل شده به لنت در دور کار حداکثر 5000 N باشد.

ج - حداکثر جابجایی در دور کار 2 mm باشد.

سه مجهول k، c، m داریم که سه رابطه برای آن داده شده است.

کمترین دامنه نیروی منتقل شده به لنت در تشکیل:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{F_{T0}}{F_0}\right) = 0 \Rightarrow r_1 = \frac{\omega_r}{\omega_n} = \frac{\left(\sqrt{1+8\zeta^2}-1\right)^{1/2}}{2\zeta}$$

رج می‌دهد که از قرار دادن آن در رابطه نیروی منتقل شده خواهیم داشت:

$$\left.\frac{F_{T0}}{F_0}\right|_{max} = \frac{2\sqrt{2}\zeta^2}{\left[4\zeta^2(2\zeta^2-1)+\sqrt{1+8\zeta^2}-1\right]^{1/2}}$$

از الف $\left.\frac{F_{T0}}{F_0}\right|_{max} = \frac{100000}{40000}$ با حل معادله غیرخطی بالا با یکی از روش‌های عددی خواهیم داشت:

$$\zeta = 0.225$$

همچنین از ب در دور کار

$$\frac{F_{T0}}{F_0} = \frac{5000}{40000} = \left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right]^{1/2}$$

با درشتن ζ معادله بالا تبدیل به یک معادله درجه ۲ برحسب r^2 می‌شود که با حل آن:

$$r = 4.2 \Rightarrow \omega_n = \frac{\omega}{r} = \frac{50 \times \frac{2\pi}{60}}{4.2} = 12.47 \ \frac{rad}{s}$$

با داشتن جرم سازه می‌توان مقدار m را محاسبه کرد:

$$x_0 = \frac{F_0/k}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} \Rightarrow m = \frac{\frac{F_0}{x_0 \omega_n^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}}$$

($F_0/k \rightarrow m\omega_n^2$)

$$\Rightarrow m = 767\ kg$$

جرم بتن

$$m_c = 767 - 200 = 567\ kg$$

$$k = m\omega_n^2 = (767)(12.47)^2 = 1.19\times10^5\ N/m$$

$$c = 2\xi m\omega_n = 4.31\times10^3\ N/m/s$$

مثال: خودروی سرویس جاده ناهمواری را حرکت می‌کند. برای حالتی که خودرو بارزده است جرم آن 1000 kg و در حالت بدون بار 250 kg است. سرعت خودرو 100 km/hr و ضریب سختی فنریت سیستم تعلیق آن 350 kN/m است. نسبت استهلاک در حالت بارزده 50% است. درصدی که جاده موج سینوسی با طول موج 5 m باشد، نسبت داده جابجایی خودرو را در حالت بارزده به حالت بدون‌بار بیابید.

حالت بارزده را با علامت ' نشان می‌دهیم. نسبه خواسته شده $\frac{x_0}{x_0'}$ است.

آنرا بر حسب $\frac{x_0}{y_0}$ و $\frac{x_0'}{y_0'}$ بیان می‌کنیم که داده شده است:

$$\frac{x_0}{x_0'} = \frac{x_0/y_0}{x_0'/y_0'} = \frac{T_A^D}{T_A'^D}$$

حال برای بدست آوردن T_A^D و $T_A'^D$ را بدست آورید:

در حالت بارزده:

$$T_A^D = \frac{x_0}{y_0} = \left[\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}\right]^{1/2}$$

$$\omega = \frac{2\pi V}{\lambda} = \frac{2\pi\left(100 \times \frac{1000}{3600}\right)}{5} = 34.906 \ rad/s$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{350 \times 1000}{1000}} = 18.7 \ rad/s$$

در ضمیمه انتهای کتاب

$$\Rightarrow r = \frac{\omega}{\omega_n} = 1.87 \ , \ \xi = 0.5$$

$$\Rightarrow T_A^D = 0.68$$

در حالت بدون بار:

$m' = 250\ kg$, $k =$ سختی $= 350\ kN/m$

$$\omega_n' = \sqrt{\frac{k}{m'}} = 37.42\ rad/s$$

در ناحیه تقویتی

$$r' = \frac{\omega}{\omega_n'} = 0.935$$

$$\xi' = \frac{c}{c_c'} = \frac{c}{2\sqrt{km'}} = \frac{c}{2\sqrt{k\,m/4}} = \frac{c}{\sqrt{km}} = 2\xi = 1$$

$$\Rightarrow T_A'^{D} = \frac{x_0'}{y} = 1.13$$

$$\Rightarrow \frac{x_0}{x_0'} = \frac{T_A^{D}}{T_A'^{D}} = 0.602$$