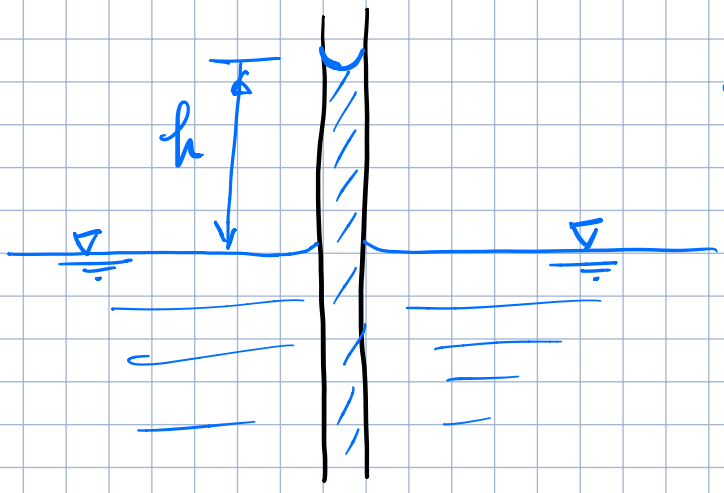
سوالات ۲ - جلسه سوم :

مثال : با استفاده از تئوری باکینگهام رابطه بدون بعد برای ارتفاع بالا آمده روی یک لوله مویین برحسب قطر لوله، وزن مخصوص و کشش سطحی بدست آورید.



$$h = f(D, \gamma, \sigma)$$

مرحله اول : تعیین متغیرهای درگیر در مسئله

$$h, D, \gamma, \sigma \Rightarrow n = 4$$

مرحله دوم : آنها سه تا از جنس MLt

مرحله سوم :

$$h = [L], \quad D = [L], \quad \gamma = \left[\frac{M}{L^2 t^2}\right], \quad \sigma = \left[\frac{M}{t^2}\right]$$

مرحله چهارم :

تعداد بعدهای هندسی $= 3 \Rightarrow m = 3$

تعداد متغیرهای بی بعد $n - m = 4 - 3 = 1$!

اگر در مرحله دوم :

آنها FLt

$$D = [L], \quad h = [L], \quad \gamma = \left[\frac{F}{L^3}\right], \quad \sigma = \left[\frac{F}{L}\right]$$

مرحله سوم :

مرحله چهارم:

تعداد بعدهای فوق $= 2 \Rightarrow m = 2$

$\Rightarrow n - m = 4 - 2 = 2$ ✓

معرفی ماتریس ابعادی:

اگر مسئله‌ای شامل n متغیر $q_1, q_2, \ldots, q_n$ شامل رشته‌ای مثلاً ابعاد M, L, t باشد ماتریس ابعادی آن به شکل زیر تشکیل خواهد شد:

	q_1	q_2	----	q_n
M	a_1	a_2	----	a_n
L	b_1	b_2	----	b_n
t	c_1	c_2	----	c_n

← ماتریس ابعاد

تعداد متغیرهای وابسته برابر با مرتبه بزرگترین ماتریس دارای دترمینان غیر صفر باشد.

مثال قبل:

	h	D	γ	σ
M	0	0	1	1
L	1	1	-2	0
t	0	0	-2	-2

دترمینان غیر صفر

دترمینان صفر

دترمینان صفر

$\Rightarrow m = 2$

مسئله پیشین: کمیتی وابسته بدون بعد

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{h}{D} \quad , \quad \pi_2 = \frac{\sigma}{D^2 \gamma}$$

✓

عوامل بازگردی بدون بعد شناخته شده:

عدد رینولدز: $Re = \frac{\rho V L}{\mu}$

نیروی ناشی از لزوجت : $\tau A = \mu \frac{du}{dy} A \propto \mu \frac{V}{L} L^2 \propto \mu V L$

نیروهای فشاری : $(\Delta P) A \propto (\Delta P) L^2$

نیروی جاذبه‌ای : $mg \propto g \rho L^3$

نیروی کشش سطحی : $\sigma L \propto \sigma L$

نیروی ناشی از الاستیسیته : $E_v A \propto E_v L^2$

الاستیسیته حجمی سیال $E_v = \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s$

نیروی اینرسی سیال : $ma \propto \rho L^3 \frac{V}{t} = \rho L^3 \frac{V}{\frac{L}{V}}$

$= \rho L^2 V^2$

$$Re \equiv \frac{\text{نیروی ناشی از اینرسی}}{\text{نیروی ناشی از لزجت سیال}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu V L} = \frac{\rho L V}{\mu}$$

عدد اویلر : (ضریب فشار)

Euler Number

$$Eu = \frac{(\Delta P) L^2}{\rho V^2 L^2} = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho V^2} = C_P$$

عدد کاویتاسیون :

Cavitation Number

$$Ca = \frac{P - P_V}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad , \quad P_V \equiv \text{فشار اشباع مایع در دمای مشخص}$$

عدد فرود :

Froude Number

$$Fr^2 = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho g L^3} = \frac{V^2}{gL} \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

$$= \frac{\text{سرعت جریان}}{\text{سرعت حرکت امواج سطحی}}$$

$Fr < 1 \longrightarrow$ جریان مادون بحرانی

$Fr = 1 \longrightarrow$ جریان بحرانی

$Fr > 1 \longrightarrow$ جریان مافوق بحرانی

عدد وبر :

Weber Number

$$We = \frac{\rho V^2 L^2}{\sigma L} = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$$

Mach Number : عدد ماخ

$$M^2 = \frac{\rho V^2 L^2}{E_v L^2} = \frac{V^2}{\frac{1}{\rho} E_v} = \frac{V^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s c^2} = \frac{V^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{V}{c}$$

جریان تراکم ناپذیر $M \simeq 0$

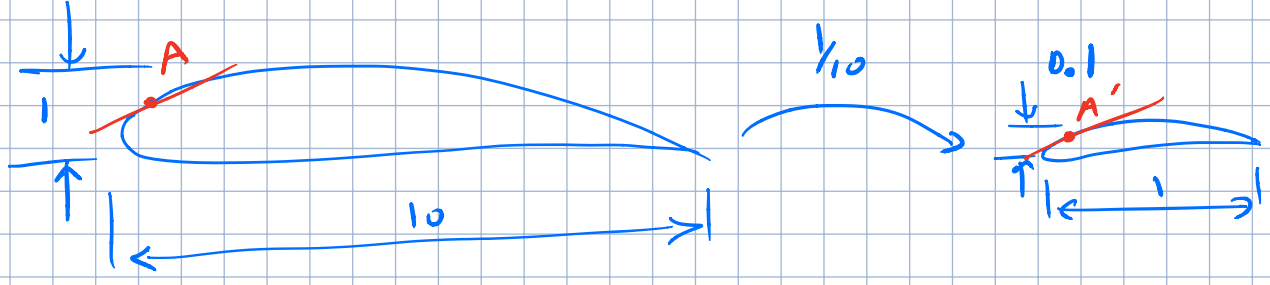
$V < c \Rightarrow M < 1$ ← جریان مادون صوت

$V > c \Rightarrow M > 1$ ← جریان مافوق صوت

Similarity : تشابه

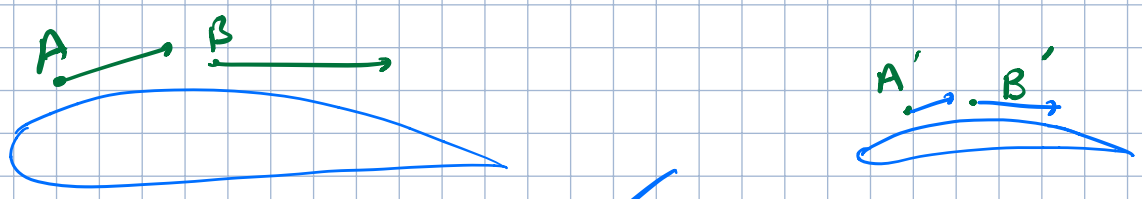
تشابه هندسی
تشابه سینماتیکی
تشابه دینامیکی

Geometric Similarity : تشابه هندسی



تشابه سینماتیکی

Kinematic Similarity : تشابه سینماتیکی



تشابه دینامیکی

تشابه دینامیکی : Dynamic Similarity

یعنی اگر به نیروی وارده بر مدل و نمونه واقعی در هر نقطه متناظر با یک مقیاس خطی تغییر کند.