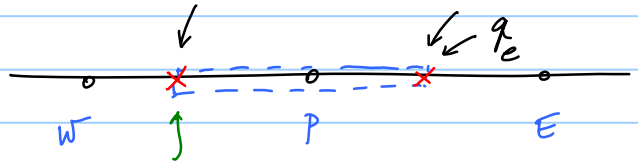
Note Title 5/4/2020

CFD I - دوشنبه ۹۹/۲/۱۵

روش هیبرید : Hybrid Method



$$(\rho u)_w \phi_w = F_w \phi_w = q_w$$

$$q_w = F_w \left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{2}{Pe_w}\right)\phi_W + \frac{1}{2}\left(1-\frac{2}{Pe_w}\right)\phi_P \right] \leftarrow$$

if $-2 < Pe_w < 2$

$q_w = F_w \phi_W$ if $Pe \geq 2$

$q_w = F_w \phi_P$ // $Pe \leq -2$

$$\Rightarrow a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E$$

ضرایب بدست آمده برای روش هیبرید به شکل زیر خواهد بود:

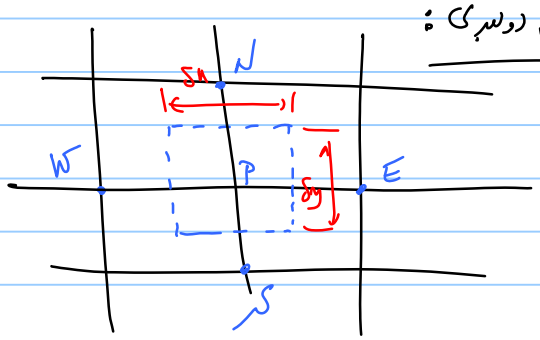
$$a_W = \max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}\right), 0\right]$$

$$a_E = \max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right), 0\right]$$

$$a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$$

دقت کنید نوشتن، توان، کرنش مطالعه شود.

تقسیم روش کنترل برای مسائل دوبعدی :



برای معادله جابجایی - پخش در حالت دوبعدی و پایدار

$$\int_{cv} \rho \phi \vec{V}.\hat{n}\, dA = \int_{cv} \Gamma \vec{\nabla}\phi.\hat{n}\, dA$$ تقریب زدن انتگرال‌ها ⟸

$$\Rightarrow a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N$$

که در آن،

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + F_e - F_w + F_n - F_s$$

$$a_E = D_e A(|Pe|) + \max[-F_e, 0]$$

$$a_W = D_w A(|Pe|) + \max[F_w, 0]$$

$$a_N = D_n A(|Pe|) + \max[-F_n, 0]$$

$$a_S = D_s A(|Pe|) + \max[F_s, 0]$$

نوع تقریب	$A(\|Pe\|)$
مرکزی	$1 - 0.5\|Pe\|$
بالادست	1
هیبرید	$\max[0, 1-0.5\|Pe\|]$
توانی	$\max[0, (1-0.1\|Pe\|)^5]$
نمایی	$\frac{\|Pe\|}{\exp(\|Pe\|) - 1}$

همچنین:

$$F_e = (\rho u)_e \quad , \quad F_w = (\rho u)_w$$

$$F_s = (\rho v)_s \quad , \quad F_n = (\rho v)_n$$

$$D_e = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_e \quad , \quad D_w = \left(\frac{\Gamma}{\delta x}\right)_w$$

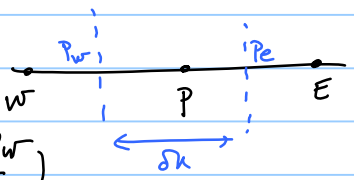
$$D_s = \left(\frac{\Gamma}{\delta y}\right)_s \quad , \quad D_n = \left(\frac{\Gamma}{\delta y}\right)_n$$

حل معادلات ناویر-استوکس:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho u \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \vec{\nabla}\cdot(\mu \vec{\nabla} u)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho v \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \vec{\nabla}\cdot(\mu \vec{\nabla} v)$$

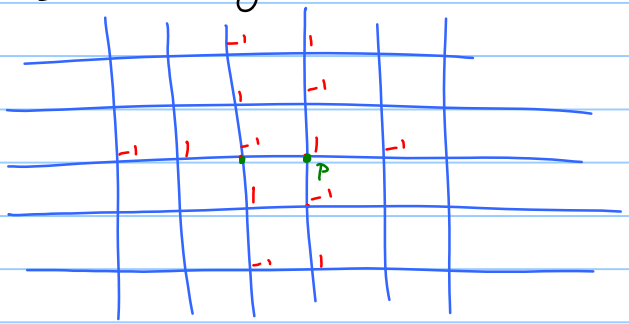
برای محاسبه گرادیان فشار:



$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_p = \frac{P_e - P_w}{\delta x} = \frac{\left(\frac{P_E + P_p}{2}\right) - \left(\frac{P_p + P_W}{2}\right)}{\delta x} = \frac{P_E - P_W}{2\delta x}$$

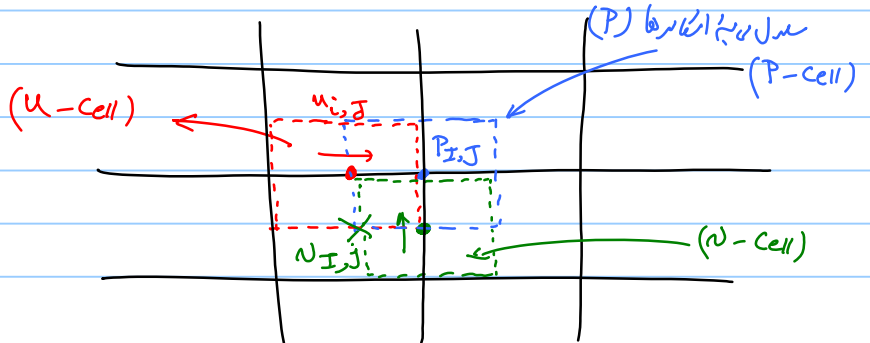
به طریق مشابه

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{P_N - P_S}{2\delta y}$$



فرمولبندی بالا برای محاسبه فشار در مرکز سلول‌ها دقیق است اما در حل عددی مشکل ایجاد می‌کند.

مفهوم شبکه جابجا شده: Staggered Grid



اکنون معادله مومنتم در راستای x و y را تشکیل میدهیم:

$$a_{i,J}\, u_{i,J} = \sum a_{nb} u_{nb} + (P_{I-1,J} - P_{I,J}) A_{i,J} + b_{i,J}$$

به همین ترتیب برای سایر وجوه سلول کنترل:

$$F_w = (\rho u)_w = F_{I-1,J} = \frac{F_{i,J} + F_{i-1,J}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\rho_{i,J}\, u_{i,J} + \rho_{i-1,J}\, u_{i-1,J}\right]$$

(ρ: سنتر، u: مرکز / u_cell)

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I-1,J}}{2}\right) u_{i,J} + \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I-2,J}}{2}\right) u_{i-1,J}\right]$$

به همین ترتیب:

$$F_e = (\rho u)_e = F_{I,J} = \frac{F_{i+1,J} + F_{i,J}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\rho_{I+1,J} + \rho_{I,J}}{2}\right) u_{i+1,J} + \left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I-1,J}}{2}\right) u_{i,J}\right]$$

$$F_s = (\rho v)_s = F_{i,j} = \frac{F_{I-1,j} + F_{I,j}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\rho_{I,J} + \rho_{I,J-1}}{2}\right) v_{I,j} + \left(\frac{\rho_{I-1,J} + \rho_{I-1,J-1}}{2}\right) v_{I-1,j}\right]$$

$$F_n = F_{i,j+1} = - - - -$$

الگوریتم سیمپل: SIMPLE

(S)emi (I)mplicit (M)ethod for (P)ressure-(L)inked (E)quations